

EINSTEINŮV PRINCIP RELATIVNOSTI A TEORIE GRAVITAČNÍ

Napsal

DR. FRANTIŠEK ZÁVIŠKA

profesor Karlovy university v Praze



TISKEM A NÁKLADEM

JEDNOTY ČS. MATEMATIKŮ A FYSIKŮ

V PRAZE 1925

OBSAH.

I. SPECIÁLNÍ TEORIE RELATIVNOSTI.

1. Relativnost pohybu	7
2. Pohyb v dynamice Newtonově	11
3. Inerciální soustavy souřadné	15
4. Princip relativnosti v mechanice	18
5. Princip relativnosti v optice a elektrodynamice	22
6. Pokus Michelsonův	31
7. Transformace Galileiho	38
8. Einsteinův princip stálé rychlosti světelné	41
9. Relativnost měření časových	46
10. Relativnost měření délkových	53
11. Transformace Lorentzova	55
12. Kontrakce délek a dilatace času	64
13. Jiné důsledky speciální teorie relativnosti	72
14. Minkowského prostor-čas	78

II. OBECNÁ TEORIE RELATIVNOSTI.

15. Postulát obecné relativnosti pohybu	86
16. Hmota setrvačná a gravitační	92
17. Einsteinův princip ekvivalence	95
18. Vliv gravitace na světlo	101
19. Lokální soustavy souřadné	111
20. Vliv gravitace na měření časová a prostorová	116
21. Křivost prostoru	125
22. Obecný princip relativnosti	130
23. Metrické vztahy v prostoru-času	137
24. Stará a nová teorie gravitace	148
25. Konečnost prostoru	158

ÚVOD.

Sotva která teorie fyzikální vzbudila takový rozruch a byla přijata s posudky tak rozdílnými jako Einsteinova teorie relativnosti; kdežto jedni srovnávali jejího zakladatele s Newtonem a Koperníkem, neváhali druzí prohlašovati celé jeho dílo přímo za podvod. Tato knížka byla psána s přesvědčením, že Einstein ukázal fysice správnou cestu a že jeho myšlenky nezmizí z teorií fyzikálních nikdy; na něm nezměnily všechny námitky proti Einsteinově teorii činěné, pokud je znám, nic.

Historický vývoj způsobil, že se teorie relativnosti dělí na dvě části, souvisící spolu na první pohled velmi málo: na teorii speciální a obecnou. Zachoval jsem toto rozdělení i při svém výkladu; je sice pravda, že není pro ně vnitřního důvodu, ale na druhé straně nemáme dosud definitivní, klasické formulace teorie relativnosti, tu naléztí bude úkolem příštích let. Tento způsob výkladu ostatně poskytuje možnost ukázati, jak se teorie relativnosti vyvinula z teorií starších, jak s nimi souvisí a v čem je předčí; na organickou souvislost Einsteinových myšlenek s ideami staršími chtěl jsem především položit důraz. Není snad příliš přehráno, řeknu-li, že bychom teorii relativnosti jednou měli i bez Einsteina; měla by snad jiný tvar a jistě jiný název, neboť nynější její pojmenování není vhodné, jistě by nevznikla tak brzo, ale přišla by, neboť celý vývoj fyzikálního badání v posledních letech k ní mířil. Nejsou proto menší zásluhy jejího geniálního tvůrce, jenž měl odvahu vysloviti a domysleti to, co jiní jen nejasně tušili.

Snážil jsem se tuto knihu psáti co možná přístupně; ukázalo se, že je to mnohem těžší, než jsem sám s počátku tušil. Nešlo to někdy jinak než na úkor obecnosti a snad i přesnosti; to, jak doufám, budu moci nahraditi v matematickém výkladu Einsteinovy teorie, který připravuji s doc. drem Hlavatým. K němu má býti tato knížka úvodem.

V Praze v květnu 1925.

ZÁVIŠKA.

I. SPECIÁLNÍ TEORIE RELATIVNOSTI.

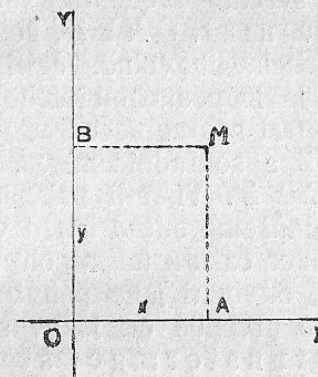
1. Relativnost pohybu.

Co znamená ve fyzice slovo »relativní«, dá se nejlépe vyložit na pohybu. Každý pohyb je změna polohy tělesa, jež se pohybuje, vůči tělesům jiným. Pravíme-li na př., že vlak je v pohybu, chceme tím říci, že se mění jeho poloha vůči budovám, stromům atd., zkrátka vzhledem k zemi; řekneme-li o nějaké osobě ve voze jedoucího vlaku, že nesedí v klidu, nýbrž přechází sem a tam, tedy že se pohybuje, myslíme tím, že se mění její poloha vzhledem k stěnám vozu. Z těchto dvou příkladů vidíme dvojí: nejdříve, že každý pohyb tělesa vztahujeme k některému okolnímu tělesu nebo tělesům, dále, že si tělesa, k nimž pozorovaný pohyb vztahujeme a jež tudíž pokládáme za klidná, volíme různě podle toho, jak se nám to hodí; v prvním příkladě svrchu uvedeném byla to země, v příkladě druhém vůz vlaku. Mohlo by se snad namítnouti, že, sedím-li ve voze jedoucího vlaku, nejsem ve skutečnosti v klidu, neboť konám stejný pohyb jako vlak, a že by bylo správnější, kdybych vztahoval svůj pohyb k zemi a ne k jedoucímu vlaku. Může se tak učiniti a mohlo by to býti někdy výhodnější, ale nelze říci, že je to správnější; i země se pohybuje, neboť se otáčí kolem své osy a obíhá kolem slunce, které zase s celou sluneční soustavou letí prostorem světovým směrem k jisté skupině stálic. Pohybuje-li se slunce k těmto stálicím, nebo naopak tyto stálice k němu, nemůžeme rozhodnouti a otázka ta nemá ani smyslu, poněvadž jediné, co můžeme pozorovati, jsou vzájemné polohy těles a změny těchto poloh, tudíž vzájemné pohyby. Pohyb tělesa není vlastností tělesa samého, v pojmu jeho je obsažen vztah (relace) k tělesům jiným, proto se nazývá r e l a t i v n í m.

S touto vlastností pohybu souvisí, že v zásadě je jedno, ke kterému tělesu pozorovaný pohyb vztahujeme. Zpravidla to bývá země; tu pokládáme za klidnou a podle ní soudíme na klid a pohyb těles, která na ní jsou. Pravíme-li na př., že vlak jede rychlostí 50 km za sek., aniž uvádíme, k čemu se onen pohyb vztahuje, nemyslíme při tom na nějaký pohyb absolutní, který se děje bez zřetele k jakémukoli vnějšímu předmětu, nýbrž rozumíme tím rychlost vlaku vůči zemi a představujeme si, že země je v klidu a vlak se pohybuje onou rychlostí. Ale stejně dobře mohli bychom říci, že vlak stojí a země pod ním ubíhá rychlostí stejně velikou, ovšem v opačném směru; je ostatně známo, jak snadno při jízdě vlakem tento dojem vzniká. Je jen jednodušší, řekneme-li, že země, jejíž hmota značně převyšuje hmoty všech těles, která na ní jsou, je v klidu, a vztahujeme-li k ní všechny pohyby těchto těles. Ale toto výlučné postavení země zmizí, jakmile rozšíříme svá pozorování i na pohyby těles, jež jsou mimo zemi, tedy na př. na tělesa sluneční soustavy. Pak je jednodušší říci, že slunce je v klidu a země s ostatními planetami obíhá kolem něho. Ovšem zase jen jednodušší, neboť tato heliocentrická soustava Koperníková, v níž se země točí kolem své osy a zároveň obíhá kolem klidného slunce, není, pokud jde o vzájemné pohyby těles nebeských, pokud tedy přestáváme jen na tom, co skutečně pozorujeme a pozorovati můžeme, o nic správnější než Ptolemeova soustava geocentrická, v níž země je v klidu a slunce s ostatními hvězdami se pohybuje kolem ní, vždyť se ještě dnes zaznamenává pohyb hvězd v astronomických tabulkách tak, jak se jeví pozorovateli, který pokládá zemi za klidnou.

V dalších výkladech se neobejdeme bez prostředků matematických; právě možnost aplikovati matematiku na výklad jevů fyzikálních přispívá nejvíce k tomu, že fyzika je vědou exaktní. Při matematickém popisu idealisujeme tělesa, ke kterým pozorované pohyby vztahujeme, a zavádíme místo nich t. zv. soustavu souřadnou nebo vztahovou; poloha tělesa je pak dána jeho souřadnicemi. Tak na př. je poloha lodi na zemi stanovena zeměpisnou šířkou a délkou, to jsou její souřadnice; soustava souřadná, která zastupuje zemi, nebo lépe řečeno, její povrch, skládá se tu ze zemského rovníku a hlavního poledníku, od těchto dvou kruhů ony souřadnice počítáme. Pohybuje-li se těleso — které pro jednoduchost budeme v dalším pokládati za pouhý hmotný bod,

čímž se vyhneme zbytečným komplikacím — v rovině, můžeme si za soustavu souřadnou zvoliti dvě přímky OX a OY v této rovině ležící a k sobě kolmé (obr. 1); tyto přímky nazývají se osy souřadné, jejich průsečík O sluje počátek souřadné soustavy. Hmotný bod nechť opisuje nějakou křivku v nákretné rovině; v jistém okamžiku nechť je v M . Tuto jeho polohu stanovíme tím, že spustíme z M kolmice na souřadné osy, úseky $OA = x$ a $OB = y$ jsou souřadnice bodu M ; známe-li je, známe patrně i jeho polohu vůči souřadné soustavě OXY . A jako, když běží o polohu nějakého místa na



Obr. 1.

povrchu země, rozeznáváme severní a jižní šířku, východní a západní délku, tak i zde nabývají souřadnice x a y hodnot kladných i záporných. x -ová souřadnice bodu M je kladná, leží-li pata A kolmice MA na pravo od počátku O , záporná, leží-li od něho na levo; souřadnice y -ová je kladná, je-li pata B kolmice MB nad O , záporná, je-li pod O . Pohyb hmotného bodu je pak určen, víme-li, jak se mění souřadnice x a y jeho okamžité polohy během času, čili, známe-li ony souřadnice jako funkce času. Mají-li souřadnice hmotného bodu hodnoty stálé, na čase nezávislé, je bod v klidu vůči zvolené soustavě souřadné OXY .

Při pohybu v prostoru je třeba tří souřadných os; k osám OX a OY přistoupí ještě třetí osa OZ k nim kolmá a mířící před nákretnou rovinu. Souřadnice bodu M jsou tu zase dány vzdálenostmi pat kolmic, jež byly spuštěny z M na souřadné osy, od počátku soustavy O ; mohou mít opět hodnoty kladné nebo záporné. Obě tyto soustavy souřadné slují pravoúhlé;

budeme jich v dalším užívat. Lze zavést i jiné soustavy souřadné; podstatné je to, že poloha bodu na ploše (na povrchu země, v rovině atd.) je stanovena dvěma údaji na sobě nezávislými, čili dvěma souřadnicemi, poloha bodu v prostoru třemi takovými údaji, čili třemi souřadnicemi. Pravíme proto, že plocha je rozmanitost dvojrozměrná, prostor rozmanitost trojrozměrná. Místo slova »rozmanitost« budeme ostatně také užívatí názvu »prostor«.

Při tom je patrně docela jedno, jak souřadná soustava leží. Okamžitou polohu M hmotného bodu stanovíme stejně dobře, nahradíme-li svrchu uvedenou souřadnou soustavu $OXYZ$ jinou soustavou, na př. $O'X'Y'Z'$, která se může pohybovatí vůči první docela libovolně. Je-li vzájemný pohyb obou soustav znám, je jednoduchou úlohou analytické geometrie nalézt vztah mezi souřadnicemi x, y, z bodu M v původní soustavě $OXYZ$ a souřadnicemi x', y', z' téhož bodu v nové soustavě $O'X'Y'Z'$. Víme-li pak, jak závisí souřadnice x, y, z na čase, můžeme odtud ihned vypočísti i souřadnice x', y', z' jako funkce času a tak z pohybu hmotného bodu vůči soustavě $OXYZ$ odvoditi jeho pohyb vzhledem k soustavě $O'X'Y'Z'$. Tento přechod od jedné soustavy souřadné k druhé nazýváme transformací souřadnic; jednoduchou takovou transformací poznáme později. Také přechod od soustavy heliocentrické k soustavě geocentrické není v podstatě nic jiného než transformace souřadnic, ovšem dosti složitá.

Vždy musí býti udáno, ke které souřadné soustavě vztahujeme svá pozorování nebo měření pohybu, má-li tento býti jednoznačně určen, neboť těleso, které je na př. v klidu vůči soustavě $OXYZ$, koná vzhledem k soustavě $O'X'Y'Z'$ pohyb. V tom se jeví relativnost pohybu a v tom smyslu je relativní nejen pohyb a vše, co s ním souvisí, jako na př. rychlost, urychlení, kinetická energie, ale i výška/tónu, barva světla, intensita magnetického pole vzbuzeného elektrickými náboji atd. Tón vysílaný píšťalou jedoucí lokomotivy má jinou výšku pro toho, kdo ji měří ve voze vlaku lokomotivou taženého a vztahuje svá měření k vlaku, čili k soustavě souřadné, která se pohybuje s vlakem, než pro pozorovatele, který stojí při trati a vztahuje svá měření k zemi, t. j. k soustavě spojené se zemí; to souvisí s t. zv. Dopplerovým efektem. Uvidíme ostatně v dalším, že i ty veličiny, které byly dříve pokládány za vlastnosti tělesa samého a tím za nezávislé na volbě

soustavy souřadné, jako na př. rozměry tělesa, jeho hmota, teplota atd., jsou podle Einsteinovy teorie relativní.

2. Pohyb v dynamice Newtonově.

Fysika se nezabývá pohybem jen jako změnou polohy tělesa vzhledem k tělesům jiným, nýbrž vyšetřuje také jeho souvislost s jinými jevy, v nichž hledá jeho příčinu. Nestačí nám věděti, jak se jednotlivé fáze pohybu registrují, chceme také průběh pohybu předvídati, a je-li třeba, i jej řídit. Od kinematického popisu pohybového děje přecházíme tím k jeho dynamickému výkladu. Klasickým příkladem tohoto postupu je vývoj nauky Koperníkovy. Nejdříve byly nahrazeny kruhy, v nichž podle Koperníka planety krouží kolem slunce, Keplerovými elipsami, v jejichž jednom ohnisku je slunce. Kepler ukázal dále, že se rychlost planety při oběhu kolem slunce mění tak, že přímka spojující střed slunce se středem planety opíše ve stejných dobách stejné plochy; planeta se tedy pohybuje rychleji, je-li slunci blíže, a pomaleji, je-li od něho dále. Těmito dvěma Keplerovými zákony je kinematická stránka pohybu planety kolem slunce úplně řešena. Později dokázal Newton, že oba tyto zákony plynou z představy, že se slunce a planeta přitahují silou, která je úměrná jejich hmotám a nepřímo úměrná čtverci jejich vzájemné vzdálenosti; je to slavný gravitační zákon Newtonův. Na místo Koperníkova a Keplerova kinematického popisu planetárního pohybu nastoupil Newtonův dynamický výklad, jenž hledá příčinu onoho pohybu v gravitační síle. Je nejen jednodušší než Keplerovy zákony (které jsou vlastně tři), neboť je shrnuje v zákon jediný, ale je i obecnější, poněvadž lze z něho vypočísti i pohyby komet a dvojhvězd, konečně je i přesnější než ony zákony, neboť vykládá i odchylky od nich, t. zv. poruchy drah planetárních způsobené vzájemnou přitažlivostí planet.

Svou gravitační teorií zbavil Newton pojem síly posledního zbytku antropomorfických představ; síla stala se základním pojmem dynamiky jím založené. Slovy »síla působící na těleso« shrnujeme mechanické účinky okolních hmot na pozorované těleso a je základní hypotézou dynamiky Newtonovy, že tato síla závisí jen na vzájemných polohách okolních hmot vůči onomu tělesu. Tvar této závislosti nutno ovšem vyšetřiti od případu k případu, velmi často buď ho vůbec neznáme nebo známe jej jen přibližně.

V síle byla sice odedávna hledána příčina pohybu, dlouho však nebylo správných představ o tom, která vlastnost pohybu je jí určena. Je-li těleso v klidu a nepůsobí-li na ně žádná síla, není sporu o tom, že bude v klidu trvale; z toho se soudilo chybně, že každý pohyb vyžaduje síly. Teprve Galilei ukázal, že není tomu tak; princip setrvačnosti jím nalezený formuloval později Newton přesněji a zvolil jej za první ze tří zákonů pohybových, na kterých založil budovu své mechaniky.

Všimněme si ho podrobněji. Práví, že těleso (hmotný bod), jež nepodléhá žádné síle, buď setrvává v klidu, nebo se pohybuje bez přestání, stejnou rychlostí a v přímce. První část této věty (těleso, jež nepodléhá žádné síle) má v dynamice Newtonově význam nezávislý na volbě soustavy souřadné, neboť, jak již řečeno, síla účinkující na těleso závisí jen na vzájemných polohách okolních hmot vůči onomu tělesu a ty jsou vždy stejné, ať vztahujeme měření ke kterékoli soustavě souřadné. Ale druhá část principu setrvačnosti (buď setrvává v klidu, nebo se pohybuje bez přestání, stejnou rychlostí a v přímce), nemůže platit pro každou soustavu souřadnou, neboť klid vzhledem k jedné soustavě souřadné může být pohybem vůči soustavě jiné a lze si docela dobře myslet a bude to v dalším ještě podrobněji vyloženo, že též pohyb prohlásí jeden pozorovatel za stejnoměrný a přímočarý, druhý však, který vztahuje svá měření k jiné soustavě souřadné, nikoliv. Nutno tedy druhou část principu setrvačnosti doplnit a říci, k čemu se onen rovnoměrný a přímočarý pohyb má vztahovat. Přímým pokusem odpověď nenajdeme, poněvadž princip setrvačnosti vznikl idealisováním zkušenosti a podmínky, jichž vyžaduje, nedají se přesně uskutečnit. Těleso, na něž by neměla působiti žádná síla vůbec, musilo by být ve vesmíru docela samo, ale pak otázka, zdali se pohybuje a jak se pohybuje, pozbývá smyslu, neboť není podle čeho jeho pohyb posuzovati. Zpravidla se uvádí jako ilustrace principu setrvačnosti známý pokus s koulí valící se po vodorovné desce; mluví o něm již Galilei. Tíže působící na kouli ruší se tu odporem desky a jediná zbývající síla je tření mezi koulí a deskou. Ze zkušenosti víme, že se koule pohybuje po takové desce v přímce a že její rychlost klesá tím pomaleji, čím menší je tření; soudíme tudíž, že by její rychlost vůbec neklesala, koule by se tedy pohybovala neustále v témž směru a s nezměněnou rychlostí, jak to žádá princip setrvačnosti, kdyby bylo možno tření odstraniti úplně.

Zde vztahujeme pohyb koule k desce aneb, což je totéž, k zemi; přímočarý pohyb, o němž mluví princip setrvačnosti, byl by podle toho přímočarý vzhledem k zemi. Tak tomu bylo ještě u Galileiho, ale v jiné situaci byl Newton, jenž svým gravitačním zákonem rozšířil zákony mechaniky na celou sluneční soustavu. Představme si, že by uvedený pokus s koulí mohl sledovati pozorovatel na některé planetě, který by vztahoval pohyb koule k své planetě tak, jako my jej vztahujeme k zemi. Viděl by kouli běžeti po desce, zároveň však desku se otáčeti se zemí; celkový pohyb koule byl by pro něj dosti složitý, jistě ne přímočarý; je ovšem pravda, že by se lišil od pohybu přímočarého velmi málo. Pohyb, který se jeví přímočarým pozorovateli, jenž vztahuje svá měření k zemi, není tedy přímočarý pro pozorovatele vztahujícího svá měření k některé planetě jiné. Oba pozorovatelé však se shodnou v tom, že, nehledě k tření, je celková síla účinkující na kouli rovna nule. Platí-li tedy princip setrvačnosti pro pohyby vztahované k zemi čili, jinak řečeno, pro pohyby vztahované k soustavě souřadné se zemí pevně spojené, pak neplatí pro souřadnou soustavu, která je spojena s některou jinou planetou. Pro Newtona bylo rozhodnuto soustavou Koperníkovou, že neplatí ani pro tu, ani pro onu, neboť, mají-li se zákony dynamiky vztahovati k celé sluneční soustavě, nemůže míti v nich země jiné postavení než kterákoli jiná planeta.

Stejně je tomu i s měřením času. Práví-li princip setrvačnosti, že rychlost tělesa nepodléhajícího žádné síle je stálá, znamená to, že toto těleso vykoná ve stejných oddílech časových stejné dráhy. I tu nutno udati, jak poznáme, že dva oddíly časové jsou stejné. Měříme-li čas hodinkami, jejichž chod úmyslně měníme tak, aby byl naprosto nepravidelný, na př. tím, že je vydáváme častým a velkým změnám teploty, pak jistě prohlásíme pohyb, který se ve skutečnosti děje rychlostí stálou a je tedy stejnoměrný, za naprosto nestejnoměrný.

To asi byly důvody, které přiměly Newtona k tomu, aby zavedl do své dynamiky pojmy absolutního prostoru a absolutního času. Ve svých slavných »Philosophiae naturalis principia mathematica« z r. 1687 definuje rozdíly mezi absolutním a relativním časem a prostorem takto: »Absolutní, pravý a matematický čas plyne sám v sobě a svou povahou bez vztahu k jakémukoli vnějšímu předmětu stejnoměrně. Nazývá se také trvání. Relativní, zdánlivý a obyčejný čas je po-

zorovatelná a vnější jakási míra trvání pohybem (přesná nebo nepřesná), jíž se obvykle užívá místo času pravého, jako hodina, den, měsíc, rok.« O prostoru praví Newton: »Absolutní prostor zůstává svou povahou a bez vztahu k jakémukoli vnějšímu předmětu vždy stejný a nepohyblivý. Prostor relativní je míra nebo nějaká pohyblivá část prostoru absolutního, která je stanovena našimi smysly svou polohou vůči tělesům a která obvykle bývá brána místo prostoru nepohyblivého.« K tomuto absolutnímu prostoru a času nutno pak podle Newtona vztahovat všechny pohyby, o nichž se mluví v principu setrvačnosti a dynamice vůbec. Pohyb se tím stává absolutním.

Proti těm definicím ozval se odpor již za Newtonova života, ale velkolepý rozvoj mechaniky Newtonem založené brzy jej utlumil. Ve svých »Réflexions sur l'espace et le temps« z r. 1748 praví matematik Euler, že popírání z filosofických důvodů skutečnost absolutního prostoru a času znamená zbavovat základní zákony dynamiky jejich významu. Filosofovi musí prý zanechat všech námitek proti možnosti absolutního prostoru a času, poněvadž skutečnost obou je přímým důsledkem pohybových zákonů a jejich objektivní existence je dokázána tak, jak je pro naše poznání vůbec možno. Teprve v minulém století byly zase tyto Newtonovy názory přijímány kritičtěji. Neirozhodněji vystoupil proti nim Mach, jenž ve své »Mechanik« Newtonovi vytýká, že se jimi zpronevěřil svému úmyslu vyšetřovat jen skutečnosti. Absolutní prostor, absolutní čas a souvisící s nimi pojem absolutního pohybu jsou pro Macha pouhé myšlenkové výtvořky, jimž ve skutečnosti nic neodpovídá. Není pochybnosti, že na jejich zavedení nebyla bez vlivu tehdejší záliba pro absolutno.

Necháme-li tyto spory o reálnost absolutního prostoru a času stranou, můžeme se ptát, pro kterou soustavu souřadnou a pro kterou míru časovou platí princip setrvačnosti a rovnice dynamiky Newtonovy vůbec. Tato otázka má pro fyziku zcela reálný smysl a měření pohybu těles na zemi i těles naší sluneční soustavy mohou dáti na ni odpověď. Jak se tato odpověď hledá, nelze tu vykládati; stačí říci, že za předpokladu, že taková soustava souřadná a míra časová existují a že rovnice Newtonovy dynamiky jsou pro ně splněny, dají se obě stanovit dosti složitými počty a s přesností, jež závisí na přesnosti našich mechanických a astronomických měření. Přibližně lze říci, že pohyby, o nichž mluví princip setrvačnosti

a dynamika Newtonova, nutno vztahovati k soustavě souřadné, jejíž počátek leží ve středu slunce (přesněji v těžišti sluneční soustavy, ale rozdíl je nepatrný) a jejíž osy mají vůči stálícím neproměnné směry. Je to soustava, kterou názor heliocentrický pokládá za klidnou. Hledíme-li k tomu, že se i stálice pohybují vůči sobě, mohli bychom říci snad přesněji, že základní soustavou souřadnou Newtonovy dynamiky je ta, vůči níž jsou stálice průměrem v klidu.

Časová míra Newtonovy dynamiky je zase přibližně dána otáčivým pohybem země vůči stálícím aneb, což vyjde na stejné, otáčivým pohybem stálic, jak se nám se země jeví. Stejně oddíly časové jsou podle ní ty, v nichž se stálice otočí o stejné úhly; znamená to, že se země točí vůči stálícím rovnoměrně. Přesnější míru časovou dostaneme korekcí tohoto pohybu vzhledem k precesi a nutaci osy zemské a vzhledem k precesi planetové; tyto korekce známe ovšem jen přibližně.

To vše je sice dosti složité, ale není v tom nic absolutního; soustava souřadná i míra časová Newtonovy dynamiky jsou teoretické konstrukce, jejichž oprávněnost se dá experimentálně zkoumat a které se dají i experimentálně realizovati v mezích, jež jsou dány přesností našich měření. Ale pohyb, který svým významem jako změna polohy je relativní, v Newtonově dynamice této své vlastnosti pozbývá. V ní není jedno, řekneme-li s Ptolemeem, že země je v klidu a stálice se otáčejí kolem ní, nebo s Koperníkem, že stálice jsou v klidu a země se otáčí kolem své osy a obíhá kolem slunce; dynamika Newtonova pokládá jen Koperníkův názor za správný, neboť z názoru Ptolemeova nevyloží pohyby těles ve sluneční soustavě. Můžeme říci, že dynamika Newtonova vytvořila rozdíl mezi kinematickým a dynamickým pojmem pohybu. Není tím ještě řečeno, že by se nedala místo dynamiky Newtonovy vybudovati dynamika jiná, v níž by relativnost pohybu zůstala zachována. Že to možné je, dokázal ovšem teprve Einstein, jak bude vyloženo v druhé části této knížky.

3. Inerciální soustavy souřadné.

Zdalo by se, že soustavou souřadnou, pro níž platí rovnice Newtonovy dynamiky, je Newtonův absolutní prostor definován; můžeme-li totiž pohyby těles vztahovati jen k ní a nesmíme-li užívat jiných soustav souřadných, je na snadě říci, že tato soustava je vždy v absolutním klidu. Ale již

Newton věděl, že tomu není tak; platí-li totiž rovnice jeho dynamiky pro jednu soustavu souřadnou, platí docela stejně ještě pro nekonečně mnoho soustav jiných. Najdeme je takto. Budiž S soustava souřadná, o níž byla řeč v předešlém odstavci; budeme ji nazývatí základní soustavou Newtonovy dynamiky. Pak je těleso, na které nepůsobí žádná síla, buď vzhledem k ní v klidu, nebo se pohybuje vůči ní rovnoměrně a přímočaře; řekněme, že nastal druhý případ. Představme si nyní soustavu souřadnou S' , která se pohybuje vzhledem k základní soustavě S docela stejně jako ono těleso, t. j. se stejnou rychlostí a v témž směru. Těleso je pak vůči S' v klidu. Ale klid princip setrvačnosti také připouští; je-li tedy splněn, když vztahujeme pohyb tělesa k základní soustavě S , je splněn i v soustavě S' . A obecně platí tato věta. Nechť se souřadná soustava S' vůči S posouvá (bez otáčení) v libovolném směru pevném a s libovolnou rychlostí stálou; budeme říkati, že soustava S' koná vůči S rovnoměrnou translaci. Takovou rovnoměrnou translaci koná vzhledem k zemi vlak, který jede stále stejnou rychlostí po přímých kolejích. Pak se dá dokázati, že těleso (hmotný bod), které je vůči soustavě S v klidu, nebo koná vůči ní rovnoměrný a přímočarý pohyb (klid je ostatně rovnoměrný a přímočarý pohyb, jehož rychlost je rovna nule), je také vůči S' buď v klidu nebo v rovnoměrném a přímočarém pohybu. Lze to objasniti tímto příkladem.

Představme si, že na papíře ležícím na stole rýsujeme tužkou přímku, při čemž se tužka pohybuje podél pravítka rovnoměrně. Tato přímka je stopa dráhy, kterou koná hrot tužky vůči papíru, a pokud se papír po stole nepohybuje, i vůči stolu. Řekněme nyní, že někdo během rýsování posouvá papír po stole; pravítko nechť zůstává vzhledem k stolu v klidu. Pohyb hrotu tužky vůči stolu se tím nezmění, změní se však vůči papíru, což se prozradí tím, že tužka kreslí nyní na papíře jinou čáru. Posouvá-li se však papír po stole neustále v témž směru a stejně rychle, koná-li tedy vůči stolu rovnoměrnou translaci, je tato čára zase přímka, jejíž délky rovnoměrně přibývá; pohyb tužky vůči papíru je zase rovnoměrný a přímočarý. Stůl tu zastupuje souřadnou soustavu S , papír soustavu S' .*)

*) Viz i poznámku pod čarou v odst. 8., str. 45.

Je-li tedy princip setrvačnosti splněn pro základní soustavu S , je také splněn pro každou jinou soustavu S' , která koná vůči S rovnoměrnou translaci, neboť pohyb, který je rovnoměrný a přímočarý vůči S , má tytéž vlastnosti i v soustavě S' . A nejen to, i všechny ostatní zákony Newtonovy dynamiky platí zcela stejně pro obě soustavy; dá se totiž ukázati, že rovnice, jimiž jsou vyjádřeny, se nezmění, přejdeme-li od jedné soustavy k druhé. Vezměme si na př. pohybovou rovnici hmotného bodu. Podle ní je součin z hmoty m onoho bodu a jeho urychlení a roven síle F na bod účinkující; je tedy $ma = F$. Tato rovnice je splněna, když vztahujeme svá měření k základní souřadné soustavě S . Přejdeme nyní od S k libovolné jiné soustavě S' , která koná vůči S jakýkoli pohyb. Hmotu m a sílu F se tím nezmění; první je totiž v Newtonově mechanice vlastností hmotného bodu samého, druhá závisí, jak již řečeno, jen na vzájemných polohách okolních hmot vůči pozorovanému tělesu, takže obě jsou nezávislé na tom, ke které soustavě souřadné měření vztahujeme. Ale urychlení hmotného bodu je relativní; bude tedy v soustavě S' obecně jiné než bylo v S ; součin z hmoty a urychlení vzhledem k soustavě S' nerovná se tudíž obecně síle F a pohybový zákon Newtonův není splněn, vztahujeme-li měření k S' , vyjma jediný případ, když totiž S' koná vůči S rovnoměrnou translaci. Pak je, jak by se dalo ukázati počtem, který tu nebudeme prováděti, i urychlení bodu v obou soustavách totéž a zákon $ma = F$ je splněn v S i v S' .

Rovnice vyjadřující zákony Newtonovy mechaniky neplatí tedy jen pro základní souřadnou soustavu, o níž byla řeč v posledním odstavci, ale pro celou skupinu soustav, jež vůči soustavě základní a tím i vůči sobě navzájem konají rovnoměrnou translaci. Všechny tyto soustavy souřadné, jichž je patrně nekonečně mnoho, nazývají se *i n e r c i á l n í* (zákon setrvačnosti = *lex inertiae*); všechny jsou si navzájem dynamicky úplně ekvivalentní. Je jedno, ke které z nich chceme vztahovati pohyby těles, čili kterou z nich chceme pokládati za klidnou; absolutně klidné soustavy souřadné a absolutně klidného prostoru mechanika Newtonova nezná, poněvadž nemá prostředku, jak by je rozeznala od soustavy souřadné a od prostoru, které konají vůči absolutně klidné soustavě a absolutně klidnému prostoru rovnoměrnou translaci. Pohyb v dynamice Newtonově je přece jen relativní, ale ovšem jen částečně; nemusíme jej

vztahovati vždy k téže soustavě souřadné, nýbrž máme na vybranou nekonečně mnoho souřadných soustav, ale na druhé straně nesmíme jej vztahovati k soustavě libovolně zvolené, která by nebyla inerciální.

Bylo již řečeno, že základní soustava Newtonovy dynamiky je vůči stálícím v klidu; každá jiná inerciální soustava souřadná koná vůči ní rovnoměrnou translaci a kteroukoli z nich můžeme prohlásiti za klidnou. Poněvadž souřadná soustava vlastně zastupuje těleso nebo skupinu těles, k nimž pozorovaný pohyb vztahujeme, můžeme také říci, že každé těleso nebo každou skupinu těles, která koná jako celek vůči stálícím, nebo přesněji, vůči oné soustavě základní rovnoměrnou translaci, lze pokládati za klidnou, zatím ovšem pokud běží jen o děje mechanické, pro které platí zákony Newtonovy dynamiky.

4. Princip relativnosti v mechanice.

Nejzajímavější důsledek těchto úvah týká se pohybu země kolem slunce. Přesně řečeno, není tento pohyb rovnoměrnou translací vůči stálícím, neboť země opisuje při něm elipsu a k tomu ještě s rychlostí proměnlivou. Ale rozměry této elipsy jsou tak obrovské a země potřebuje tak dlouhé doby, aby ji proběhla, že dráhu vykonanou za tu poměrně krátkou dobu, po kterou trvá pozorovaný děj, možno vždy pokládati za přímku a říci, že se země v ní pohybuje s rychlostí stálou. S tím omezením je pohyb země kolem slunce rovnoměrnou translací vůči stálícím a podle předešlého není třeba při průběhu mechanických dějů na zemi k němu hleděti; ten má býti právě takový, jako kdyby onoho pohybu nebylo. Přesnější úvahy ovšem ukazují, že to musí býti děje vyžadující prostorů, jejichž rozměry jsou malé proti rozměrům země, tedy na př. děje pozorované v nějaké místnosti. Ty tedy mají probíhati tak, jako kdyby země kolem slunce neobíhala.

Také rychlost druhého hlavního pohybu země, otáčení kolem vlastní osy, mění se zvolna (mění se tu ovšem jen s měr rychlostí), neboť země vykoná úplný oběh kolem své osy za den, ale přece se dějí tyto změny rychleji než při obíhání země kolem slunce, kdy země potřebuje k celému oběhu jednoho roku. Vskutku také známe mechanické pokusy laboratorní, v nichž se jeví vliv otáčivého pohybu země a jež mechanika Newtonova pokládá za důkaz tohoto pohybu. Vliv

jeho však je celkem nepatrný a zatím nebudeme k němu hleděti, vrátíme se k této věci později.

Nás, kteří slyšíme již od mládí, že země obíhá kolem slunce, snad ani nepřekvapí tvrzení, že se vliv tohoto pohybu, který se děje s obrovskou rychlostí 30 km za sek., neprojeví v žádném mechanickém ději probíhající na zemi; proto sotva si dovedeme představit odpor, jaký právě z této příčiny vyvolala nauka Koperníkova. Zdálo se nemožným, že by se země mohla řítiti prostorem bez jakýchkoli následků pro děje na ní pozorované. Již Aristoteles tvrdil, že by na zemi, která by se pohybovala, volně puštěné těleso nepadalo svisle, t. j. ve směru klidně visící olovnice, nýbrž dopadlo by stranou, poněvadž by se za dobu, již vyžadoval pád, země vzdálila ze své dřívější polohy. Také se říkalo, že by koule vystřelená stejně prudce jednou ve směru pohybu země, po druhé ve směru opačném, doletěla po druhé dále než po prvé; o jiných námitkách, jako na př., že by se pohybem země zřítily všechny budovy nebo že by vznikl veliký vítr, není ani třeba mluvit. Tyto důvody byly pokládány za tak přesvědčující, že snad nikomu ani nenapadlo zkoumati jejich správnost; teprve, když Koperník vystoupil se svou naukou, byly podrobeny kritičtějšímu rozboru. Zemi ovšem zastaviti nemůžeme, abychom se tak přímo přesvědčili, má-li její pohyb kolem slunce nějaký vliv na mechanické děje, ale je na snadě říci, že, co má platiti pro zemi, musí platiti pro každou skupinu těles, jež koná jako celek rovnoměrnou translaci vůči stálícím. Loď, jež pluje stálou rychlostí a v přímé dráze, koná tento pohyb vůči zemi a s ní vůči stálícím, pokud ovšem nehledíme k otáčení země kolem její osy. A tak byly konány pokusy s tělesy, která byla spouštěna s koše stěží lodního; ukázalo se, že tělesa dopadala na totéž místo na palubě, ať loď plula nebo stála. Námitka Aristotelova byla tím vyvrácena a podobně byly vyvráceny i námitky jiné.

Dalo by se uvést ze zkušenosti mnoho dokladů na důkaz, že rovnoměrná translace nemá vlivu na mechanické děje. Sedíme-li na př. ve voze vlaku jedoucího stále stejnou rychlostí a po přímých kolejích a jsou-li okna vlaku zastřena, nenajdeme nic, z čeho bychom mohli souditi, že se vlak pohybuje, ba dojem, že vlak stojí, bývá často tak mocný, že, i když vidíme vlak stojící na vedlejších kolejích, nemůžeme často hned rozeznati, zda stojí či jede. Děti, na něž smyslové dojmy působí příměji, bývá při jízdě vlakem těžko přesvědčiti, že

to není okolní krajina se stromy a telegrafními tyčemi, která se pohybuje, ale vlak.

Místo toho však uvedu půvabné líčení Galileiho z jeho »Dialogu o nejhlavnějších systémech světových, Ptolemeovu a Koperníkovu« (Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, Tolemaico e Copernicano). Tento spis byl vydán ve Florencii r. 1632, tedy v době nejprudších bojů o soustavu Koperníkovu. Rozmlouvají v něm dva přátelé Galileiho, Salviati a Sagredo, se Simpliciem, osobou asi vymyšlenou, jež hájí nauku Ptolemeovu. Názory Koperníkovy hájí Salviati, Sagredo má úlohu prostředníka mezi oběma. Vystoupiti přímo pro nauku Koperníkovu si Galilei netroufal, z dialogu je však zřejmé, že Salviati je vlastně Galilei sám. Ve čtyřdenní rozmluvě vyvrací Salviati rozmanité námitky Simpliciovy proti soustavě Koperníkově, mimo jiné i ty, o nichž byla řeč svrchu. Svoje důvody proti nim shrnuje v rozmluvě druhého dne takto:

»Uzavřete se s přítelem v nějaké místnosti co možná veliké v podpalubí veliké lodi. Zaopatřte si tam komáry, motýly a jinou havěť létavou; obstarajte si tam také nádobu s vodou a rybkami; zavěste dále nahoru vědérko, z něhož vytéká voda po kapkách do úzkohrdlé nádoby dole postavené. Pozorujte nyní pečlivě, pokud loď klidně stojí, jak ona zvířátka létají stejně rychle na všechny strany místnosti. Budete viděti, že ryby plují stejně bez rozdílu ve všech směrech; kapky budou všechny padati do nádoby dole postavené. Hodíte-li svému příteli nějaký předmět, nebude třeba, abyste jej v jednom směru hodil větší silou než v jiném, předpokládajíc ovšem, že vzdálenosti jsou stejné. Skočíte-li, jak říkáme, rovnýma nohama, doskočíte v každém směru stejně daleko. Uvědomte si bedlivě všechny tyto věci, ačkoli není pochybnosti, že se všechno tak má, pokud loď stojí.«

»Nechť se nyní loď pohybuje libovolnou rychlostí; ne najdete — bude-li jen pohyb její rovnoměrný a nebude-li loď sem tam kolísati — v žádném z uvedených úkazů nejmenší změny. Ze žádného z nich nebudete moci rozhodnouti, pluje-li loď či stojí. Při skoku urazíte na podlaze tytéž dráhy co dříve, a byť i loď plula sebe rychleji, nedoskočíte dále, skáčete-li k zádi lodi, než když skáčete k přídi, přes to, že v prvním případě, zatím co jste ve vzduchu, ujíždí pod vámi podlaha v opačném směru než je ten, v němž skáčete. Hodíte-li svému příteli nějaký předmět, není třeba, abyste jej hodil větší silou,

stojí-li přítel na přídi a vy na zádi lodi než, je-li tomu naopak. Kapky budou padati jako dříve do hrdla nádoby dole postavené, žádná nepadne k zádi, ačkoli loď, zatím co je kapka ve vzduchu, urazí několik pídí. Ryby ve vodě nebudou plavati do předu namáhavěji než do zadu; spíše budou pospíchati stejně snadno za potravou, ať byla položena kamkoli na okraj nádoby. A konečně i komáři a motýlové budou lítati ve všech směrech. Nikdy se nestane, že by se shromáždili u stěny na zádi lodi, jakoby unaveni námahou sledovati rychlý běh lodi, a přece jsou, zdržující se ve vzduchu, od ní odloučení. Spálíme-li zrnko kadidla, vznikne kouř a vystoupí do výše, kde se bude vznášeti jako obláček, nepohybuje se ani na tu ani na onu stranu.«

»A příčina celé té shody v úkazech je, že se společně s lodí pohybují všechny věci, které v ní jsou, i vzduch. Proto jsem také řekl, že je třeba se odebrati do podpalubí, neboť nahore, na volném vzduchu, který se s lodí nepohybuje, ukázaly by se více nebo méně zřetelné rozdíly u některých z uvedených úkazů. Tak by se jistě kouř opožďoval právě tak jako vzduch sám. Stejně komáři a motýlové, isouce zdržování vzduchem, nemohli by sledovati pohyb lodi, jakmile by se od ní vzdálili o dosti veliký kus; kdyby se však drželi blízko ní, mohli by ji sledovati bez překážky a bez námahy, poněvadž loď, jsouc stavbou nepravidelných tvarů, sousední části vzduchu unáší s sebou.«

Galilei tedy především klade důraz na to, že pohyb lodi musí býti rovnoměrný a loď nesmí sem a tam kolísati — my bychom řekli, že pohyb lodi musí býti rovnoměrnou translací vzhledem k zemi — dále, že se pohybu lodi musí zúčastniti vše, co má jakýkoli vliv na průběh pozorovaných dějů; všechna tato tělesa musí konati rovnoměrnou translaci jako celek. Často ovšem nemůžeme uvést do pohybu vše, co má vliv na pozorované děje, pak musíme předpokládati, že vliv těch těles, jež zůstala v klidu, se nezměnil. V Galileiho příkladu je takovým tělesem země, jež přitahuje všechny předměty na lodi a tím má vliv na jejich pohyby; změříme-li tuto přitažlivou sílu, ukáže se vskutku, že je stejná, ať loď stojí, či se pohybuje.

Obecně lze říci: Rovnoměrnou translací skupiny těles jako celku (v předešlých příkladech byl to vůz vlaku nebo loď se vším, co v nich jest) nezmění se průběh mechanických dějů k ní vztahovaných a pozorovatel, který se pohybuje s sebou a zkoumá jen děje v oné skupině těles probíhající, ne-

nalezne nic, z čeho by mohl souditi, že se pohybuje. Tato věta, úplně ekvivalentní dříve uvedené větě o inerciálních soustavách souřadných, je princip relativnosti Newtonovy mechaniky. Nezávislost mechanických dějů, jež probíhají na naší zemi, na pohybu země kolem slunce a plynoucí z toho nemožnost dokázat tento pohyb z oněch dějů je hlavní důkaz jeho správnosti.

5. Princip relativnosti v optice a elektrodynamice.

Byla ve fyzice doba, kdy se soudilo, že všechny fyzikální děje jsou v podstatě mechanické a že zákonům mechaniky je podrobena fyzika celá. Děje mechanické jsou nejjednodušší a byly nejlépe známy; mimo to i princip o zachování energie, který vznikl v mechanice a ke konci první polovice minulého století byl rozšířen na celou fyziku, byl mocnou vzpruhou těchto snah o jednotný výklad všeho přírodního dění. Neobešlo se to ovšem bez hypotéz; bylo nutno zaváděti rozmanité neviditelné pohyby a hmoty. Tak na př. byly děje tepelné, změna objemu těles při zahřívání, změna skupenství atd., vykládány pohybem nejmenších částic hmoty, atomů a molekul; tato t. zv. kinetická teorie hmoty koná ještě dnes fyzice služby velmi dobré.

Také první pokusy o soustavný výklad dějů světelných (optických) vycházely z analogií mechanických; v úplnou teorii vypsela představa Huygensova, podle níž je světlo vlnění, které se šíří od zdroje světelného na všechny strany asi tak, jako se šíří zvukové vlny od zdroje zvukového, nebo vlny na vodní hladině od místa, kam dopadl kámen. Světlo ovšem prochází i prostorem vzduchoprázdným a rychlost jeho je značně větší než rychlost kteréhokoli rozruchu jiného; byla tedy tato t. zv. undulační (vlnivá) teorie světla nucena předpokládati, že při dějích světelných běží o vlnění jakési hypotetické látky, vyplňující celý vesmír a prostupující veškeru hmotu; tato látka byla nazvána světelný éter. O podobné látky nebylo ostatně v tehdejší fyzice nouze. O vlastnostech tohoto prostředí nedovídáme se přímým názorem nic, neboť je to látka čistě hypotetická, která smysly nedá se postrehnouti; mělo se však za jisté, že se i éter řídí zákony mechaniky, a doufalo se, že podrobnější znalost světelných dějů přispěje k lepšímu poznání tohoto neznámého prostředí. Budiž ostatně řečeno hned, že se tato naděje nesplnila; přes všechno

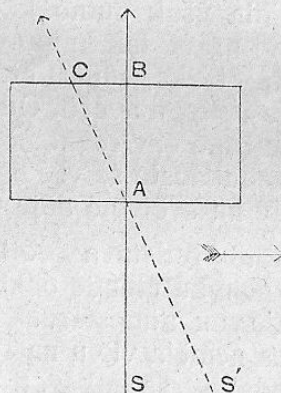
úsilí nepodařilo se sestrojiti takový obraz éteru a jeho vlastností, který by úplně vyhovoval.

S toho stanoviska je odpověď na otázku, platí-li princip relativnosti Newtonovy mechaniky i pro děje světelné, jednoduchá; patrně platí, neboť nauka o světle je vlastně částí mechaniky; je to nauka o pružnosti éteru. Ale přece byl tu jakýsi rozdíl, který ovšem teprve pozdějším vývojem teorií optických a názorů na éter nabyl významu. Podle principu relativnosti Newtonovy mechaniky nezmění se průběh mechanických dějů uvnitř dané skupiny těles, uvedeme-li ji jako celek do rovnoměrné translace. V mechanice běží jen o tělesa v obvyklém slova smyslu, tedy o obyčejnou važitelnou hmotu; v undulační teorii světla však nutno k oně skupině počítati i éter, který je podle ní právě tak hmotný jako kterýkoli prostřední jiné. A tu vzniká otázka, sdílí-li éter s tělesy jejich pohyb a dá-li se vůbec do pohybu uvést. Odpověď na ni můžeme dostati jen tak, že vyšetříme vliv rovnoměrné translace na světelné děje; prakticky redukovalo se vše na otázku, má-li pohyb země kolem slunce vliv na světelné děje na ní probíhající.

Je možná v podstatě představa dvojí. Můžeme říci, že tělesa unášejí při svém pohybu éter je obklopující a prostupující tak, jako země unáší svou atmosféru. Pak by rovnoměrná translace skupiny těles neměla vlivu na světelné děje a pohyb země kolem slunce nedal by se dokázat ani z dějů optických, pokud ovšem probíhají úplně na zemi. Je však také možná představa opačná. Pokládáme-li totiž éter za látku neobyčejně jemnou, je možno, že se tělesa, která se skládají z atomů a molekul a nevyplňují zcela prostor, který zaujímají, pohybují éterem, aniž jej strhují, asi tak, jako když se řídké síto pohybuje vzduchem. Pak by země na své dráze kolem slunce postupovala v nehybném éteru a podobala by se volné palubě lodi, o níž byla řeč v posledním odstavci, v citátu z Galileiho. Osoby, dící na palubě, cítí vítr, který strhuje tělesa a tím mění průběh mechanických dějů, jak se jim s paluby jeví. A stejně při pohybu země nehybným éterem vznikl by éterový vítr vůči zemi, kterého sice necítíme, který však strhuje světlo a prozrazuje se změnami v průběhu světelných dějů. Princip relativnosti platil by sice i v optice, ale případ, který se v něm předpokládá, že se totiž uvedou do rovnoměrné translace všechna tělesa, která mají vliv na průběh pozorovaných dějů, nedal by se realizovati. Z optických dějů, probíhajících

úplně na zemi, měl by se pak dáti dokázati pohyb země vůči éteru a tím i kolem slunce.

Otázka, je-li éter zemí strhován nebo je-li nehybný, vynořila se skoro v samých počátcích undulační teorie; setkali se s ní Young a Fresnel, kteří v prvních letech minulého století budovali z Huygensovy myšlenky, že světlo je vlnění, důslednou teorii optických jevů. Bylo to při výkladu aberace stálic, zjevu, který pozoroval Bradley již r. 1725 a vyložil z jiné představy o podstatě světelného děje. Oč při tom jde, vysvitne nejlépe z tohoto příkladu. Představme si, že by osoba stojící při trati v S (obr. 2.) vystřelila do okna vozu na trati,



Obr. 2.

koule nechť vyletí protějším oknem a zanechá v obou oknech stopy. Stojí-li vůz, leží obě tyto stopy A a B i místo S , z něhož bylo vystřeleno, na téže přímce (ve skutečnosti je dráha koule vlivem tíže poněkud zakřivena, k tomu však v tomto příkladě nemusíme hleděti); přímka AB udává tedy směr, odkud koule přišla. Pohybuje-li se však vůz během doby, co koule jím letí, ve směru naznačeném na obr., pak se za tu dobu, které koule potřebuje, aby jím proletěla, vůz posune, takže koule, prorazí-li přední okno v A , vyletí druhým oknem v C ; stopy A a C neleží nyní na téže přímce jako S a přímka je spojující neudává směr, v němž bylo do vozu střeleno, nýbrž je vůči němu stočena ve směru jízdy. (Kdyby do vozu střelila osoba stojící na stupátku a jedoucí s ním, pak by druhá stopa koule byla vždy v B , ať se vůz pohybuje nebo ne. To plyne z principu relativnosti, neboť nyní se vše, co má nějaký podíl na

pozorovaném ději — osoba vystřelivší, zbraň i vůz — pohybuje společně jako jediný celek.)

Mysleme si nyní místo osoby stojící v S stálici, místo vozu dalekohled, který je na zemi, s ní se pohybuje zase ve směru šipky a je na stálici namířen; A nechť je střed jeho objektivu. Jeden z paprsků stálicí vyslaných dopadne na objektiv právě v A , další jeho dráha uvnitř dalekohledu bude AC . Zařídíme-li dalekohled na nějaký předmět, znamená to, že jej postavíme tak, aby ten paprsek předmětem vyslaný, který dopadne právě na střed objektivu, postupoval v jeho ose; v prodloužení jeho směru hledáme pak onen předmět. V tomto případě hledáme tedy stálici v prodloužení směru AC a vidíme ji ne v S , kde skutečně je, ale v S' , posunutou ve směru, v němž se země pohybuje; S' je zdánlivá poloha stálice. A poněvadž se tento směr neustále mění — země obíhá kolem slunce v elipse — mění se i zdánlivá poloha stálice na obloze a opíše během roku také elipsu.

To je v podstatě výklad zjevu Bradleyem pozorovaného, jak jej podal Bradley sám; je založen na starší teorii světelných dějů, zvané emisní, podle níž světelný zdroj vysílá na všechny strany částice, jež budí v oku dojem světla. Young a Fresnel ukázali, že se dá skoro beze změny přenést i do teorie undulační, předpokládáme-li, že éter, jímž se světelný rozruch šíří, není zemí strhován, takže, jak to Young řekl, éter proniká hmotou jako vítr stromy lesa. Pokus vyložiti aberaci stálic z představy, že éter je zemí strhován, který učinil později (1845) Stokes, nevedl k uspokojivému výsledku.

Z aberace stálic soudíme tedy, že éter je nehybný; první důsledek z toho plynoucí je, jak již vyloženo, ten, že se pohyb země vůči éteru musí nějak projevit ve světelných dějích na ní probíhajících. K nim nepatří aberace stálic, u níž je ovšem vliv pohybu země zjištěn, neboť zdroj světelný, stálice, je tu mimo zemi a nepohybuje se s ní, nejde tu tedy o děj probíhající úplně na zemi. První pokus, jímž se měl očekávaný vliv pohybu země na optické děje dokázati, vykonal již současník a přítel Fresnelův, Arago; výsledek byl negativní. Ve skutečnosti ovšem i Arago užil stálice jako světelného zdroje, ale již Fresnel poznamenal, že stejně dobře mohla by se Aragova měření — šlo při nich o vliv pohybu země na lom světla v hranolu — vykonati se zdrojem pozemským; to později provedl Maxwell s výsledkem stejně záporným.

Bude dobře, uvážíme-li napřed, jak asi veliké změny v průběhu světelných dějů se dají očekávat. Bylo řečeno, že pohybem země vůči nehybnému éteru vzniká éterový vítr, který strhuje světelné vlny podobně, jako strhuje vzduchový vítr vlny zvukové nebo i vržená tělesa. Patrně bude účinek vzduchového větru tím větší, čím větší je jeho rychlost vůči rychlosti strhovaných těles nebo vln, čili bude záviseti na poměru obou rychlostí. Stejně je tomu i s účinkem éterového větru na světelné děje a pro orientaci lze říci, že změny jím způsobené budou asi tak veliké, jako je poměr mezi rychlostí onoho větru a rychlostí světla. Ale rychlost světla je vedle rychlosti všech pohybů, jež můžeme na zemi vzbuditi, nesmírně veliká; ve vzduchoprázdném prostoru urazí světlo za 1 sek. 300.000 km. Vlák, jenž vykoná 60 km za hodinu, má rychlost přepočítanou na sekundy (dráha vykonaná za 1 sek.) $1/60$ km, což je číslo 18.000.000krát menší než rychlost světelná. Kdybychom tedy konali ve voze vlaku, který stojí, nějaká optická měření, řekněme, že bychom měřili index lomu nějaké látky, potom uvedli vlak do pohybu rychlostí 60 km za hodinu a měření opakovali v jedoucím vlaku, pak by se obě takto stanovené hodnoty indexu lomu měly navzájem lišiti někde na sedmém desetinném místě; vyžadovalo by jistě veliké přesnosti měření, aby se tato tak malá změna dala konstatovati. Mohlo by se namítnouti, že počítáme tu s rychlostí vlaku vůči zemi místo vůči éteru, a tato rychlost že by mohla býti mnohem větší. Ale již ve stojícím vlaku je průběh optických dějů éterovým větrem modifikován, a co vlastně pozorujeme, je změna těchto již modifikovaných dějů způsobená pohybem vlaku, kterým se rychlost éterového větru vůči vlaku změní. Rozhoduje tedy rychlost vlaku vůči zemi; na ní závisí i změny ve výsledcích optických měření vykonaných ve vlaku stojícím a ve vlaku jedoucím. Výhodnější je ovšem užiti k těmto pokusům pohybu země. Rychlost její vůči éteru se neustále mění, neboť země obíhá kolem slunce v uzavřené dráze; během půlroku přejde směr jejího pohybu vzhledem k éteru v opačný a rychlost země vůči éteru se změní o dvojnásobnou rychlost pohybu země kolem slunce; to je 60 km za sekundu, tedy již jen 5000krát méně než činí rychlost světla ve vakuu. Změny, jež by mohl pohyb země kolem slunce v průběhu optických dějů způsobiti, jsou sice pořád ještě malé, ale přece jen značně větší než v příkladě s vlakem a daly by se dokázati mnohem snáze. Musili bychom při tom opakovati totéž měření v různých

dobách ročních nebo měniti polohu přístrojů vzhledem k zemi, jak bude ještě vyloženo při pokusu Michelsonově, a zkoumati, nenastane-li nějaká změna ve výsledcích měření.

Pokus Aragův skončil, jak již řečeno, mimo očekávání negativně a Fresnel vyložil to hypotésou velmi odvážnou, kterou však později (1851) Fizeau měřením úplně potvrdil. Řekli jsme, že éter není strhován hmotou se pohybující; není tím ještě řečeno, že jí není strhováno světlo. Představme si, že světelný paprsek postupuje osou trubice, v níž je voda, která proudí v tom směru, ve kterém postupuje světlo. Rychlost světla v klidné vodě označíme c' , je n -krát menší než rychlost světla ve vakuu; n je index lomu vody. Ve vodě, která proudí v uvedeném směru, je podle Fresnela rychlost světla větší než c' ; světlo je proudící vodou strhováno podobně jako je zvuk strhován větrem. Ale strhování zvuku je úplné; rychlost zvuku, jenž postupuje ve směru větru, stoupne o celou rychlost větru, naproti tomu světlo je podle Fresnela proudící vodou a vůbec každým tělesem v pohybu strhováno jen částečně; rychlost jeho stoupne jen o část rychlosti vody nebo tělesa. Pro tuto část odvodil Fresnel výraz $v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$, kdež v je rychlost tělesa, takže světlo, které postupuje proudící vodou v tom směru, v němž voda proudí, šíří se rychlostí

$$c' + v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right);$$

postupuje-li světlo směrem opačným, je jeho rychlost

$$c' - v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

Výraz $1 - \frac{1}{n^2}$ nazývá se strhovací koeficient

Fresnelův, je vždy menší než 1; u vzduchu a plynů vůbec, jejichž indexy lomu se liší jen velmi málo od jedné, je velmi malý a prakticky roven nule. Proudící plyny tedy světlo vůbec nestrhují. Index lomu vody je asi $4/3$, v proudící vodě stoupne tedy rychlost světla postupujícího ve směru proudění asi o sedm šestnáctin rychlosti vody. To je sice při těch rychlostech proudění, jež můžeme realizovati, velmi málo vedle rychlosti světla v klidné vodě, která činí asi 225.000 km za sek., ale měření optická jsou tak přesná, že lze jimi i tak nepatrnou změnu nejen konstatovati, ale i spolehlivě stanoviti. Jak již

řečeno, potvrdil předpoklad Fresnelův nejdříve Fizeau, později opakoval tato měření Michelson (1886) a před nedávnem Zeeman s tímž výsledkem. Zeeman ještě potvrdil malou korekci Fresnelova koeficientu, která souvisí s Dopplerovým efektem a plyne z přesné teorie. Fresnel sám hodnotu strhovacího koeficientu spíše uhadl; aspoň odvození, jež podává, není bez vážných námitek.

Že je světlo pohybujícími se hmotami strhováno, ačkoli éter zůstává v klidu, souvisí s tím, že šíření světla ve hmotě obstarává z části éter, z části hmota sama. Proto také je strhování světla částečné; strhuje se jen ta část rozruchu světelného, na niž má hmota vliv. Kdybychom předpokládali, že se éter, který hmotu prostupuje, s ní pohybuje, musilo by se světlo strhovati úplně; právě fakt, že se strhuje jen částečně, nedá se nikterak uvést v souhlas s představou, že éter sdílí pohyb hmoty.

Ale částečné strhování světla má pro naše úvahy ještě jiný význam. Fresnel totiž ukázal, že se jím vliv pohybu země na některé jednoduché optické děje, jako je odraz nebo lom světla, tak zeslabí, že se stane skoro nepozorovatelným; proto neměl pokus Aragův očekávaného výsledku. Později se podařilo tento výsledek Fresnelův rozšířiti na všechny optické děje vůbec a celkem lze říci toto. Bylo již vyloženo, že změny ve výsledcích optických měření způsobené pohybem země vůči nehybnému éteru měly by býti asi tak veliké, jako je poměr mezi rychlostí, s níž země obíhá kolem slunce, a rychlostí světla ve vakuu. První rychlost je $v = 30 \text{ km za sek.}$, druhá $c = 300.000 \text{ km za sek.}$, poměr obou $v/c = 30/300.000 = 0.0001$. Kdybychom tedy na př. měřili index lomu nějaké látky v různých dobách ročních, měli bychom dostati výsledky, jež se liší navzájem v desettisícinách jeho hodnoty, čili v setinách proc. Změny této velikosti budeme nazývati prvním řádu; jsou sice malé, ale ve velmi mnohých případech daly by se spolehlivě dokázati i změřiti. To tedy plyne z obecných úvah, při kterých jsme zatím nehleděli k speciálním vlastnostem světelného vlnění. Podrobný počet však ukazuje, že se vzhledem k částečnému strhování světla látkami v pohybu — a všechna tělesa na zemi se pohybují vůči éteru, pokládáme-li jej za nehybný — všechny změny prvního řádu vždy navzájem ruší a že možno očekávati jen změny daleko menší, velikosti v^2/c^2 , čili řádu druhého. To jsou štomiliontiny, čili miliontiny procenta, tedy veličiny neobyčejně nepatrné. Přesnost

pokusu Aragova a skoro všech podobných pokusů pozdějších, jež měly dokázati vliv pohybu zemského na optické děje a jejichž výsledky byly také záporné, nebyla ani zdaleka taková, aby se jimi daly konstatovati změny tak malé.

Zatím se změnily názory na podstatu optických dějů; optika nesplynula s mechanikou, ale s naukou o elektřině a magnetismu, vznikla tak zv. elektromagnetická teorie světla. Asi před půl stoletím usoudil Maxwell z teoretických úvah, že se rozruchy elektrické a magnetické šíří vzduchoprázdným prostorem stejně rychle a platí pro ně stejné zákony jako pro rozruchy světelné; experimentálně to potvrdil Hertz. Známe dnes elektromagnetické vlny, jako jsme znali dříve vlny světelné; patří k nim vlny, jichž se užívá v bezdrátové telegrafii a které jsou v podstatě identické s vlnami optickými, liší se od nich jen délkou. Co bylo řečeno svrchu o vlivu pohybu zemského na děje optické, platí i pro děje elektromagnetické a jejich nezávislost na pohybu země byla také dokázána, zatím ovšem jen, pokud hledíme k veličinám prvního řádu.

Tento vývoj teorie optických a elektromagnetických dějů nebyl bez vlivu i na názory na éter. Bylo-li obtížné naléztí model éteru pro výklad dějů světelných, není divu, že se ukázalo naprosto nemožným obsáhnouti tímž modelem éteru nejen optiku, ale i nauku o elektřině a magnetismu. Na druhé straně zanechal nám Maxwell rovnice, jež s podivuhodnou přesností vyhovují všemu, co v oboru optiky i elektřiny a magnetismu známe; hlavního účelu hypotézy éterové, totiž naléztí zákony pro děje světelné a elektromagnetické, bylo dosaženo. Představa hmotného éteru, který se řídí zákony mechaniky, vykonavši undulační teorii světla v jejích počátcích znamenité služby a umožnivši její rychlý rozvoj, se na konec vyžila; spekulace o éteru a jeho vlastnostech, které jsou tak charakteristické pro fysiku minulého století a jimž největší teoretik té doby, Lord Kelvin, věnoval velikou část své vědecké práce, utuchly. První je odmítl Hertz prohlásiv, že stačí, známe-li zákony optických a elektromagnetických dějů; jejich mechanický výklad nemůže již přinéstí nic nového. Lorentz, jenž pokračoval v díle Maxwellově, pokládá éter sotva za více než za nositele pevné soustavy souřadné a valná většina fysiků spojuje dnes se slovem éter jen představu vakua a jeho optických a elektromagnetických vlastností. Hypothese, že éter je nehybný, je redukována v teorii Lorentzově na před-

poklad, že existuje soustava souřadná, vůči níž se šíří světlo ve vakuu na všechny strany stejnou rychlostí a nezávisle na tom, jak se pohybuje zdroj. To plyne z představy hmotného éteru; jakmile totiž v některém jeho místě byl vzbuzen světelný rozruch, obstará jeho šíření éter sám a na tom, je-li zdroj světelný v klidu nebo pohybuje-li se, pranic nezáleží. A to je také v podstatě vše, co z éterové hypotézy v teorii elektromagnetických a optických dějů zbylo.

Tím, že éter pozbyl hmotnosti, změnil se i význam měření, jež měla dokázati vliv pohybu země na průběh dějů optických a elektromagnetických, pro otázku, platí-li princip relativnosti i v optice a v nauce o elektřině a magnetismu. Pokud éter byl pokládán za hmotu, byť i naprosto jiných vlastností, než jaké má obyčejná hmota, neznamenal by pozitivní výsledek těchto měření, že princip relativnosti v optice a elektrodynamice neplatí, neboť dal by se vyložití tím, že éter je nehybný a že se tedy nepohybují společně se zemí všechny hmoty, které na průběh pozorovaného děje mají vliv. Situace však se změnila, když představa hmotného éteru byla opuštěna; jakmile by se podařilo dokázati, že se pohybem země kolem slunce průběh optických a elektromagnetických dějů mění, nezbyvalo by patrně nic jiného než říci, že princip relativnosti je splněn jen v mechanice, pro děje nemechanické že neplatí.

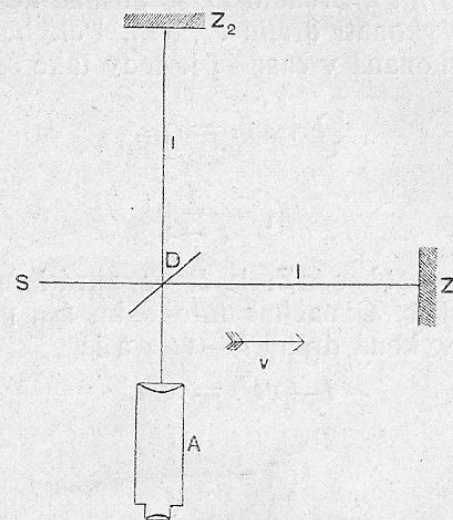
Výsledek je tedy zatím tento. Aberace stálic a částečné strhování světla hmotami v pohybu vedou k představě, že éter je nehybný, čili že existuje jediná soustava souřadná, vůči níž se světlo ve vakuu šíří na všechny strany stejnou rychlostí; je to základní souřadná soustava optiky a elektrodynamiky. Důsledně byla tato představa provedena v Lorentzově teorii a plyne z ní, že pohyb země kolem slunce má vliv na děje optické a elektromagnetické na ní probíhající. Princip relativnosti pro tyto děje tedy neplatí a rovnice vyjadřující zákony optiky a elektrodynamiky se změní, přejdeme-li od základní soustavy souřadné k soustavě, která koná vůči ní rovnoměrnou translaci. Ale vliv zemského pohybu je tak nepatrný, že záporný výsledek velikého množství pokusů, jež byly provedeny, aby jej dokázaly, není s tím nikterak ve sporu.

Je pochopitelné, že se fyzikové s tímto výsledkem nespokojili a snažili se i tyto nesmírně malé změny, předpovídané Lorentzovou teorií, dokázati. Vskutku podařilo se v některých případech zvýšiti přesnost měření tak, že bylo možno spoleh-

livě rozhodnouti, zdali ony změny nastávají nebo ne. První z těchto pokusů, při nichž šlo o veličiny druhého řádu, je interferenční pokus Michelsonův, který se stal historickým. Není sice pravda, co se často uvádí, že totiž Einstein založil svou teorii relativnosti jen na něm, ale od něho vede již k Einsteinovi přímá cesta.

6. Pokus Michelsonův.

Při tomto pokusu, jehož základní myšlenka je od Maxwella, srovnávají se rychlosti světla ve dvou směrech k sobě kolmých. Svazek rovnoběžných paprsků (v obr. 3. je nakre-



Obr. 3.

slen místo něho paprsek jediný) vycházející z S dopadá pod úhlem 45° na skleněnou desku D slabě postříbřenou tak, že se na ní štěpí ve dva svazky stejně silné. První postupuje ve směru DZ_1 , odráží se na zrcadle Z_1 a vrací se do D , druhý se šíří v kolmém směru DZ_2 , odráží se na zrcadle Z_2 a vrací se také do D , kde se tedy oba svazky setkají a postupují společně do dalekohledu A . V něm vznikne t. zv. interferenční zjev, který se skládá z pruhů střídavě světlých a tmavých, pozorujeme-li v homogenním světle. Poloha těchto pruhů závisí na tom, oč se jeden paprsek na své cestě k zrcadlu a zpátky opozdil proti druhému; toto opoždění tedy vypočteme. Počet bude snadnější,

postavíme-li se na stanovisko pozorovatele, který je v klidu vůči éteru, pro něj se totiž světlo šíří na všechny strany stejnou rychlostí c . Budeme dále předpokládati, že délky DZ_1 a DZ_2 jsou stejné; označíme je l .

Kdyby byl přístroj vůči éteru v klidu, vykonal by každý paprsek dráhu od desky D k zrcadlu Z_1 nebo Z_2 za dobu l/c , dráhu zpáteční za dobu stejnou, oba paprsky by se tedy vrátily do D po téže době $t_0 = 2l/c$ čili současně. Vyšetříme nyní, jak se to změní pohybem přístroje vůči éteru. Pro jednoduchost budeme předpokládati, že se tento pohyb děje ve směru DZ_1 , rychlost jeho budiž v . Pak se doba, za kterou první paprsek dorazí z D do Z_1 , prodlouží, neboť zrcadlo Z_1 před ním ubíhá. Označme ji t'_1 . Zrcadlo Z_1 se posune během ní o vt'_1 a paprsek musí vykonat dráhu $l + vt'_1$. Pohybuje se rychlostí c , dráha jím vykonaná v čase t'_1 je tedy také ct'_1 , takže máme rovnici

$$l + vt'_1 = ct'_1,$$

z níž plyne

$$t'_1 = \frac{l}{c - v}.$$

Doba zpáteční cesty od Z_1 k D se zkrátí, neboť deska D jde paprsku vstříc. Označíme tuto dobu t''_1 , pak paprsek na zpáteční cestě vykoná dráhu $l - vt''_1$ a je

$$l - vt''_1 = ct''_1,$$

takže

$$t''_1 = \frac{l}{c + v}.$$

Celková doba, které potřebuje první paprsek, aby vykonal dráhu od D k zrcadlu Z_1 a zpátky, je tedy

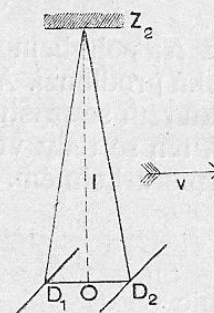
$$t_1 = t'_1 + t''_1 = \frac{l}{c - v} + \frac{l}{c + v} = \frac{2l}{c^2 - v^2},$$

čili

$$t_1 = \frac{2l}{c \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}. \quad (1)$$

Pro druhý paprsek je počet poněkud složitější, neboť za tu dobu, za kterou paprsek dospěje od desky k zrcadlu Z_2 , posune se deska z polohy D_1 do D_2 (obr. 4), takže paprsek, má-li se po odrazu na zrcadle vrátit k desce, musí proběhnouti

dráhy D_1Z_2 a Z_2D_2 . To jsou strany rovnoramenného trojúhelníka; výška jeho $Z_2O = l$, základnou je dráha vykonaná deskou D v čase, kterého potřebovalo světlo, aby proběhlo dráhu $D_1Z_2D_2$. Označíme tento čas t_2 ; je pak $D_1D_2 = vt_2$ a $D_1O = vt_2/2$. Dále je $D_1Z_2 + Z_2D_2 = ct_2$, a poněvadž $D_1Z_2 = Z_2D_2$,



Obr. 4.

je $D_1Z_2 = ct_2/2$. Podle věty Pythagoreovy je nyní

$$\overline{D_1Z_2}^2 = \overline{Z_2O}^2 + \overline{OD_1}^2,$$

čili

$$\left(\frac{ct_2}{2}\right)^2 = l^2 + \left(\frac{vt_2}{2}\right)^2,$$

$$c^2 t_2^2 = 4l^2 + v^2 t_2^2$$

a z toho vypočteme

$$t_2 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2)$$

Položíme nyní

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (3)$$

je pak podle rovnic (1) a (2)

$$t_1 = \frac{2l}{c} k^2 = k^2 t_0 \quad t_2 = \frac{2l}{c} k = k t_0, \quad (4)$$

kdež t_0 značí dobu, za kterou se paprsek vrátí k desce, je-li přístroj vůči éteru v klidu. Patrně je k větší než 1 a pro malé

hodnoty podílu v/c možno psáti přibližně

$$k = 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \quad k^2 = 1 + \frac{v^2}{c^2},$$

takže

$$t_1 = \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) t_0, \quad t_2 = \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right) t_0.$$

Je tedy t_1 i t_2 větší než t_0 ; pohybem přístroje vůči éteru se doba návratu obou paprsků prodlouží. Ale u toho paprsku, jenž postupuje ve směru, ve kterém se přístroj pohybuje vůči éteru, je toto prodloužení větší, ten se tedy vrátí k desce později než paprsek postupující ve směru kolmém. Opozdí se o

$$T = t_1 - t_2 = \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} t_0 \quad (5)$$

aneb přesněji podle rovnic (4) o

$$T = t_1 - t_2 = k(k-1) t_0. \quad (6)$$

To platí pro případ, že první paprsek připadá do směru, v němž se přístroj pohybuje vůči éteru. Představme si nyní, že otočíme celým přístrojem o 45° . Dráhy obou paprsků svírají pak se směrem pohybu přístroje vůči éteru stejné úhly, totiž 45° , vliv jeho na ně bude patrně stejný a oba paprsky vykonají dráhy od desky k zrcadlům a zpět za stejné doby. Je nyní $t_1 = t_2$ a $T = t_1 - t_2 = 0$. Otočíme-li přístrojem ještě o 45° , tudíž celkem o 90° , vymění se dráhy obou paprsků; paprsek DZ_1D postupuje nyní kolmo k směru, v němž se pohybuje přístroj vůči éteru, a vrátí se k desce dříve než paprsek DZ_2D . Doba t_1 je menší než t_2 a $T = t_1 - t_2$ je nyní záporné. Po dalším otočení o 45° bude T zase rovno nule, pak nabude hodnot kladných atd. Když se tedy přístroj otáčí dokola, má se T měniti periodicky, a poněvadž na jeho hodnotě závisí poloha interferenčních pruhů, měl by se stejně měniti interferenční zjev pozorovaný v dalekohledu.

Aby se mohl přístroj otáčet bez otřesů, byl namontován na kamenné desce, jejíž dřevěná podložka plavala ve veliké nádrži se rtutí. První měření Michelsonova nebyla dosti přesná, aby se jimi daly dokázat změny tak malé, jež jsou, jak je viděti z rovnice (5), skutečně druhého řádu. Proto opakoval je Michelson r. 1887 s Morleyem, při čemž, aby přesnost měření zvýšil, prodloužil dráhy obou paprsků odrazy na pomocných zrcátkách tak, že se l rovnalo 11 m; při měřeních, jež

konal r. 1904 Morley a Miller, bylo l dokonce 32 m. Aby bylo viděti, o jaké rozdíly časové tu běží, vypočteme T pro $l = 32$ m ze vzorce (5); za rychlost země vůči éteru dosadíme při tom rychlost jejího pohybu kolem slunce. Počet dává $T = 10^{-15}$ sek., t. j. jednu tisíc biliontinu sekundy. To je sice doba nesmírně malá, přece však se dá interferenčními metodami stanovit docela spolehlivě.

Všechna tato měření skončila naprosto záporně; při otáčení přístrojem nepodařilo se konstatovati nejmenší změnu interferenčního zjevu, ačkoli Morley a Miller mohli by dokázat posuv interferenčních pruhů odpovídající hodnotě T asi stokrát menší, než je hodnota svrchu vypočtená. Měření byla několikrát opakována v různých dobách ročních, také na různých místech, neboť záporný jejich výsledek mohl by také souviseti s tím, že rychlost země vůči éteru byla náhodou v době měření rovna nule. Ale výsledek byl vždy stejný, záporný.

To byl vážný nezdar Lorentzovy teorie, která se až do té doby tak dobře osvědčila. Východisko z této nesnáze ukázal r. 1892 dublinský fysik Fitz Gerald; jeho výklad přejal i Lorentz. Záleží v předpokladu, že se pohybem vůči éteru rozměry všech těles i všechny vzdálenosti mezi nimi, pokud leží ve směru onoho pohybu, zkrátí, a to k -krát, kdež k je dáno rovnicí (3). Pozorovateli, který se pohybuje s sebou, tato změna unikne, neboť všechny délky, mimo jiné i všechna jeho měřítka, mají se zkrátiti docela stejně. Musí však ji konstatovati pozorovatel, který je vůči éteru v klidu a který užívá měřítek, jež se vůči éteru nepohybují; na jeho stanovisko jsme se v předešlém postavili a proto musíme k oné kontrakci hleděti. Délky kolmé k směru pohybu vůči éteru se podle Fitz Geralda a Lorentze změnit nemají; co tedy pozorovatel, který se pohybuje se zemí, pokládá za kouli, prohlásí pozorovatel, který je vůči éteru v klidu, za sploštělý elipsoid.

Když nyní měřením vykonaným na zemi zjistíme, že délky DZ_1 a DZ_2 jsou stejné a rovnají se l , platí to jen pro pozorovatele, který se se zemí pohybuje. Pozorovatel, který je vůči éteru v klidu, prohlásí obě délky za nestejně, DZ_2 je pro něj rovno také l , ale DZ_1 je kratší a rovná se l/k aneb, dosadíme-li

za k z rovnice (3), $l \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Pak se hodnota t_2 dříve vypočtená

a daná druhou rovnicí (4) nezmění, kdežto v první rovnici (4) pro t_1 nutno místo l psáti l/k . Tím dostaneme

$$t_1 = \frac{2l}{kc} k^2 = \frac{2l}{c} k, \quad (7)$$

takže je $t_1 = t_2$ a $T = t_1 - t_2 = 0$. A dá se dokázat, že to platí pro každou polohu přístroje; záporný výsledek pokusu Michelsonova byl by tedy vyložen.

Není pochybnosti, že celá tato kontrakční hypotéza byla zavedena jen jako výpomoc z nouze, aby se nesouhlas Lorentzovy teorie s výsledkem pokusu Michelsonova nějak odstranil, jiného důvodu pro ni nebylo; nebylo také s počátku jisto, dá-li se vůbec do teorie zařaditi. Bylo možno si pomoci i jinak; kdybychom předpokládali, že se délky, které leží ve směru pohybu země vůči éteru, nezmění, za to však se délky k němu kolmé k -kráte prodlouží, dosáhli bychom téhož. Dnes ovšem víme, že Fitz Gerald uhodil na správnou cestu.

Ale tím ještě nebyly odstraněny všechny nesnáze. Po pokusu Michelsonově byla provedena ještě jiná měření, dosti přesná, aby se jimi dal dokázat vliv pohybu země na optické nebo elektromagnetické děje. Smáčkne-li tlakem nějakou látku opticky jednodlovnou, na př. sklo, stane se opticky dvojdlovnou a chová se do jisté míry jako krystal; proto Lord Rayleigh zkoumal, nemá-li stejný účinek i Lorentzova kontrakce, která by také mohla býti výsledkem nějakého tlaku. Měření, jež konal nejdříve (1902) sám, později Brace (1905), skončila zase záporně. Pak Rankine a Trouton (1908) hledali, nemá-li pohyb země vliv na galvanický odpor drátů. Leží-li totiž osa drátu ve směru, v němž se země pohybuje vůči éteru, má se jeho délka zkrátiti, kdežto rozměry průřezu se nezmění; po otočení o 90° má se naopak průřez zmenšiti, neboť nyní jeden jeho rozměr připadá do směru zemského pohybu, kontrakce ve směru osy však má zmizeti. Z toho by se dalo souditi, že galvanický odpor drátu po tomto otočení stoupne; měření, jimiž bylo možno dokázat změny velikosti $5 \cdot 10^{-10}$, čili pět stomiliontin proc., měla zase výsledek záporný. A stejně skončila i měření Troutona a Noblea (1903) s kondensátorem zavěšeným bifilárně, jehož poloha se měla změnit, kdykoli byl kondensátor nabit nebo vybit.

A tak se ustálilo jako výsledek mnoha obtížných a marných měření přesvědčení, že průběh dějů elektromagnetických a optických přece jen na pohybu země kolem slunce nebo,

obecněji řečeno, na rovnoměrné translaci nezávisí, a bylo na teorii nalézti pro to výklad. Kontrakční hypotéza sama k tomu nestačí; to je patrné již z rovnice (7). V ní značí t_1 dobu, za kterou proběhne světlo tam a zpátky dráhu, jejíž délka pro pozorovatele pohybujícího se se zemí je rovna l . Jsou-li optické děje na pohybu země skutečně nezávislé, musí býti rychlost světla měřená na zemi táž jako v klidném éteru, tedy c , a čas potřebný k proběhnutí oné dvojité dráhy musí se rovnati $2l/c$. Naproti tomu hodnota t_1 daná rovnicí (7) je větší, neboť k je větší než 1. Proto předpokládá Lorentz ještě, že se pohybem vůči éteru změní také chod hodin, při čemž názvu hodin užíváme tu v nejširším slova smyslu; je to každé zařízení, jímž lze měřiti čas. Hodiny, které se pohybují vůči éteru rychlostí v , jdou podle Lorentze k -kráte pomaleji — k je dáno rovnicí (3) — než, jsou-li vzhledem k éteru v klidu. Doba t_1 v rovnici (7) je čas naměřený pozorovatelem, který je vůči éteru v klidu, tedy čtený na hodinách, které se vzhledem k éteru nepohybují. Pozorovatel, který čte čas na hodinách, jež sdílejí pohyb se zemí, naměří pro tutéž dobu k -kráte méně, neboť jeho hodiny jdou k -kráte pomaleji. Abychom dostali čas jím stanovený, musíme hodnotu t_1 v rovnici (7) rozdělit k ; vznikne $2l/c$, tedy skutečně totéž, jako kdyby se země vůči éteru nepohybovala. Ale ani to nestačí; aby dosáhl úplného souhlasu se zkušeností, byl Lorentz nucen zavést pro každou soustavu souřadnou zvláštní »místní čas«. S tím vším se setkáme při výkladu Einsteinovy teorie, již tyto Lorentzovy práce připravovaly cestu.

Všimněme si ještě jedné možnosti vyložiti nezávislost optických i elektromagnetických dějů na pohybu země, která ostatně leží na snadě a často se uvádí. Je to předpoklad, že éter je zemí a pohybujícími se tělesy vůbec unášen; Michelson sám pokládal svá měření za důkaz jeho správnosti a Hertz již r. 1890 odvodil z něho elektromagnetické rovnice. Jak již bylo vyloženo, plyne z něho okamžitě, že pohyb země nemá vlivu na optické a elektromagnetické děje na ní probíhající, aniž třeba zaváděti hypotézy o zkracování délek a zvolňování chodu hodin. Ale dnes víme, že tato cesta je neschůdná. Nelze po ní dospěti k uspokojivému výkladu aberace stálic, hlavní důvod však, proč se ukázalo nutným ji opustiti, je v částečném strhování světla tělesy v pohybu. Pohybuje-li se s nimi i éter, nelze naprosto pochopiti, proč se má světlo strhovati jen částečně a proč proudící plyny světla vůbec nestrhují.

Vskutku také z Hertzových rovnic plyne, že světlo má být hmotou se pohybující strhováno úplně. Proto byla měření Fizeau-ova několikrát opakována, ovšem vždy s týmž výsledkem. Ostatně Lodge našel (1892), že se rychlost světelného paprsku postupujícího těsně podél desky nezmění, uvedeme-li desku do prudké rotace; to by nebylo možné, kdyby éter byl pohybem desky strhován. Konečně jsou známa ještě jiná měření, s nimiž jsou rovnice Hertzovy ve sporu; rovnice ty nesouhlasí s experimentální zkušeností již ve veličinách prvního řádu, kdežto u rovnic Lorentzových vycházejících z představy nehybného éteru ukázaly se rozpory teprve ve veličinách řádu druhého.

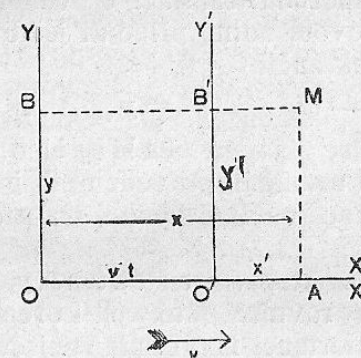
Lorentzovi se podařilo odstraniti i tyto rozpory a proti jeho teorii v posledním jejím tvaru (z r. 1904) nelze činiti námitky opřené o fakty experimentálně zjištěné. Stanovisko její je toto. Rovnice vyjadřující zákony elektrodynamiky a optiky nutno vztahovati k jisté základní soustavě souřadné; je to souřadná soustava, která je vůči nehybnému éteru v klidu. Přejdem k jiné soustavě souřadné, která vůči soustavě základní koná rovnoměrnou translaci, se ony rovnice změní, zároveň však se změní délky měřítek, chod hodin atd., takže na konec i v této nové soustavě probíhá vše tak jako v soustavě základní. Máme tu zase celou skupinu soustav souřadných jako v mechanice, které mají všechny úplně stejný význam, pokud jde o výsledky měření, ne však, běží-li o jich teoretický výklad; ten je nejjednodušší pro soustavu základní. Princip relativnosti je v této teorii splněn, neplyne však jako v Newtonově mechanice přímo ze základních rovnic, nýbrž je to spíše výsledek jakoby náhody způsobené tím, že se několik rozmanitých vlivů navzájem ruší.

Není pochybnosti, že ani tato teorie, i když nebylo proti ní experimentálních námitek, nemohla být uznána za definitivní; zbylo v ní mnoho stop z minulosti, kdy se její vývoj bral mnohdy nesprávnou cestou. Ty odstranil Einstein (1905); v jeho teorii nejde tak o změnu formálně matematických výsledků teorie Lorentzovy, jako spíše o nový jejich obsah. V téže době dospěl i Poincaré k výsledkům, které mají mnoho společného s Einsteinovými, ale Einsteinovo řešení jde hlouběji.

7. Transformace Galileiho.

Einstein vyšel ze dvou principů na sobě nezávislých. První je princip relativnosti; co bylo u Lorentze vyvrcholením

celé teorie, je u Einsteina jejím základem. Není to po prvé, co se v badání fyzikálním takto postupovalo; již dříve vznikl z marných pokusů sestrojiti perpetum mobile, t. j. stroj, jenž by dával práci z ničeho, princip zachování práce, jeden z pilířů nové fyziky; je jím vyjádřeno přesvědčení, že i budoucně všechny snahy nalézt perpetum mobile skončí tak, jako skončily až dosud. Stejně záporné výsledky všech pokusů dokázati vliv pohybu země na elektromagnetické a optické děje na ní probíhající vedly k přesvědčení, že princip relativnosti známý z mechaniky je splněn i v elektrodynamice a optice, čili ve fyzice celé. Budeme tedy předpokládati, že existuje nekonečně



Obr. 5.

mnoho soustav souřadných, jež vůči sobě navzájem konají rovnoměrnou translaci a pro něž rovnice vyjadřující fyzikální zákony mají stejný tvar. Je na snadě předpoklad, že tyto soustavy jsou identické se soustavami inerciálními, známými z Newtonovy mechaniky; budeme je také tak nazývat.

Bylo již řečeno, že rovnice Newtonovy mechaniky této podmínce vyhovují, neboť nemění svého tvaru, přejdeme-li od jedné inerciální soustavy k jiné obvyklými transformacemi, jak je známe z geometrie. Jednoduchou takovou transformaci si nyní odvodíme; budeme ji v dalším pokládati za typickou pro přechod od jedné inerciální soustavy k jiné. Při tom budeme nejdříve předpokládati, že jde o soustavy rovinné. Necht se tedy posouvá vůči soustavě OXY (obr. 5) soustava $O'X'Y'$ stálou rychlostí v ve směru osy OX ; tento pohyb je patrně rovnoměrnou translací vůči nečárkované soustavě. Počátek O' se při tom pohybuje po ose OX a osy OX a $O'X'$ splývají, osy OY a $O'Y'$ jsou rovnoběžné. V jistém okamžiku splynuly

i počátky obou soustav O a O' a tím i soustavy samy; řekněme, že to bylo v čase $t = 0$. Za 1 sek. urazí bod O' na ose OX dráhu v , za t sek. tedy vt , takže po uplynutí doby t je vzdálenost $OO' = vt$. Souřadnice bodu M v soustavě OXY jsou $x = OA$, $y = OB$, v soustavě $O'X'Y'$ pak $x' = O'A$, $y' = O'B'$. Je patrné

$$O'A = OA - OO'$$

$$O'B' = OB,$$

čili

$$x' = x - vt$$

$$y' = y.$$

Tyto rovnice vyjadřují tedy transformaci, kterou lze přejít od soustavy OXY k soustavě $O'X'Y'$, jež koná vzhledem k první rovnoměrnou translaci v uvedeném směru. Jde-li o soustavu prostorovou, nutno připojit ještě osu OZ a transformační rovnice pak znějí

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z. \quad (8)$$

Tato transformace se nazývá Galileiho; rovnice Newtonovy mechaniky se nezmění, provedeme-li ji v nich; pravíme, že tyto rovnice jsou vůči Galileiho transformaci invariantní.

Co jsou v mechanice rovnice Newtonovy, to jsou v elektrodynamice a optice rovnice Maxwell-Lorentzovy. Ty však vůči Galileiho transformaci invariantní nejsou; právě proto se soudilo, že pro děje elektromagnetické a optické princip relativnosti neplatí. Postulujeme-li nyní jeho platnost pro celou fyziku, je dvojitá možnost. Buď prohlásíme Maxwell-Lorentzovy rovnice za nesprávné a budeme hledati rovnice jiné, jež tak jako rovnice Newtonovy mechaniky jsou vůči Galileiho transformaci invariantní, anebo ony rovnice podržíme a pak ovšem nezbývá než prohlásiti za nesprávné rovnice (8) vyjadřující Galileiho transformaci a hledati transformaci jinou, pro kterou by rovnice Maxwell-Lorentzovy invariantní byly. Potom pravděpodobně bude nutno změnit i rovnice Newtonovy mechaniky. Poněvadž rovnice Maxwell-Lorentzovy ve spojení s Galileiho transformací nevyhovují principu relativnosti jen ve veličinách druhého řádu, dá se očekávat, že se tato nová transformace bude lišiti od transformace Galileiho nepatrně a stejně nepatrně že budou i změny v rovnicích Newtonovy mechaniky.

Vývoj fyziky v posledních letech vedl k alternativě druhé, která by jistě ještě před několika desítkami let byla prohlášena za absurdní, neboť sotva co bylo pokládáno za samozřejmější

než jednoduché rovnice (8) a sotva co za více zaručeno než rovnice Newtonovy mechaniky.

Ostatně již Lorentzova kontrakční hypotéza znamená změnu rovnic (8). Předpokládejme, že soustava $OXYZ$ je vůči éteru v klidu, je to tedy základní soustava Lorentzovy elektrodynamiky; soustava $O'X'Y'Z'$ nechť se vůči ní pohybuje rychlostí v ve směru OX . x -ová souřadnice bodu M v této soustavě je dána délkou $O'A$, jak ji ovšem stanoví pozorovatel, který vztahuje svá měření k soustavě $O'X'Y'Z'$, užívá tedy měřítek, jež se s ní pohybují; označili jsme ji x' . Pozorovatel, který vztahuje svá měření k soustavě $OXYZ$, naměří pro délku téže úsečky $x - vt$ a položili jsme $x' = x - vt$, pokládajíc za věc nepochybnou, že oba výsledky souhlasí. Ale podle hypotézy Lorentzovy není tomu tak, neboť měřítko pozorovatele, jenž měří délku $O'A$ v soustavě $O'X'Y'Z'$, se pohybuje vzhledem k éteru a leží ve směru pohybu. Tím se zkrátí a každý jeho dílec je k -krát menší než dílec stejného měřítka, kterého užívá pozorovatel konající totéž měření v soustavě $OXYZ$, která je vůči éteru klidná; k je dáno rovnicí (3). Nenaměří tedy oba pro délku $O'A$ totéž; pozorovatel, jenž koná měření v soustavě $O'X'Y'Z'$, dostane pro ni k -krát více a není $x' = x - vt$, nýbrž x' je k -krát větší než $x - vt$, takže místo první rovnice (8) máme nyní

$$x' = k(x - vt). \quad (9)$$

Ostatní dvě rovnice se nezmění. Při tom je k sice větší než 1, ale pro rychlosti, jež se vyskytují při pohybu obyčejných těles, liší se tak málo od jedné, že přesnost měření v mechanice nestačí rozhodnouti, která z obou rovnic je vlastně správná; v elektrodynamice a optice, kde se vyskytují větší rychlosti i přesnost měření je větší, je tomu jinak.

8. Einsteinův princip stálé rychlosti světelné.

Transformace, vůči které jsou Maxwell-Lorentzovy rovnice invariantní, byla známa již před prací Einsteinovou, i Lorentz jí užíval, ale Einstein jí dal fyzikální obsah tím, že ukázal, že se dá odvoditi z věty, kterou nazval princip stálé rychlosti světelné. Je to druhý princip, na kterém založil svou teorii. Práví, že rychlost světla ve vakuu — a můžeme říci, že i přibližně ve vzduchu, neboť opticky a elektromagneticky se vzduch a plyny vůbec liší málo od vakua —

má ve všech inerciálních soustavách souřadných touž hodnotu, nezávislou na směru, ve kterém se světlo šíří, i na pohybu světelného zdroje. Tento princip je nový, Einstein dospěl k němu odvážnou indukcí; v něm je také zdroj všech těch důsledků Einsteinovy teorie, jež s počátku překvapovaly svou paradoxností. Promluvíme tedy o něm podrobněji.

Nejdříve poznámku obecného rázu. Hodnotou nějaké veličiny fyzikální (délky, rychlosti, teploty, síly atd.) v soustavě souřadné S rozumíme vždy tu její hodnotu, kterou dostane pozorovatel, jenž užívá přístrojů (měřítek, hodin, teploměrů atd.), které jsou vůči S v klidu. Stejný význam má věta, že pozorovatel koná svá měření v soustavě souřadné S .

Vraťme se k principu stálé rychlosti světelné. Podle něho je tato rychlost nezávislá na pohybu zdroje; je tedy táž, ať je zdroj vůči pozorovateli, který ji měří, v klidu, nebo se k němu přibližuje, nebo se od něho vzdaluje. To konečně není nic překvapujícího; Einstein sám praví, že tento předpoklad převzal z teorie éterové, a bylo již vyloženo, že, pokládáme-li světlo za vlnění nebo obecněji za projev nějakého periodického děje v éteru, je rychlost jeho úplně stanovena vlastnostmi éteru a nezávisí na pohybu zdroje vzhledem k pozorovateli. Zdroj jen ono vlnění vzbudí, jeho šíření obstarává éter a je docela jedno, byl-li zdroj v okamžiku, když světelný rozruch vyslal, v klidu nebo v pohybu. Je to stejné, jako když se zvuk šíří vzduchem; rychlost jeho také nezávisí na pohybu zdroje.

Ale rychlost zvuku není stejná ve všech soustavách souřadných. Vyložíme to na příkladě, s nímž se ostatně v dalším ještě několikrát setkáme. Po dlouhé, přímé trati nechť jede vlak stálou rychlostí v . Vyšleme za ním zvukový signál. Rychlost jeho nechť měří jednak pozorovatelé rozestavení podél trati, jednak pozorovatelé jedoucí ve vlaku. Pozorovatelé při trati stanoví nejdříve svou vzájemnou vzdálenost, potom určí dobu, jaké potřeboval zvuk, aby proběhl dráhu od jednoho ke druhému; poměr obou veličin dává hledanou rychlost. Docela stejně budou si počínati i pozorovatelé ve vlaku, z nichž jednoho si můžeme mysliti v prvním voze, druhého v posledním. První dvojice měří rychlost zvuku vzhledem k trati, čili vzhledem k soustavě souřadné S s trati pevně spojené, druhá dvojice stanoví rychlost zvuku vůči vlaku, čili vůči soustavě S' , která se pohybuje s vlakem. Není pochybnosti o tom a zkušenost to potvrzuje, že rychlost zvuku vůči vlaku je menší

než vůči trati, neboť signál běží za vlakem, který mu ujíždí, a k tomu, aby se dostal od jednoho konce vlaku na druhý, potřebuje delší doby než k proběhnutí stejně dlouhé dráhy podél trati. Měřením se ukáže, že rychlost signálu vůči vlaku je menší o rychlost, s níž se pohybuje vlak; označíme-li tedy rychlost signálu zvukového vůči trati u , rychlost vlaku vůči trati v , je rychlost signálu vzhledem k vlaku rovna $u - v$. Kdyby byl signál vyslán v opačném směru, vlaku vstříc, byla by jeho rychlost vůči vlaku patrně větší než vůči trati a to zase o rychlost vlaku v . Není-li větru, bude rychlost signálu vzhledem k trati zase u , neboť v klidném vzduchu šíří se zvuk na všechny strany stejně rychle, takže rychlost signálu vzhledem k vlaku bude $u + v$. V soustavě souřadné S určené trati je tedy rychlost zvuku na směru nezávislá a rovná se u , kdežto v soustavě S' , která koná vůči S rovnoměrnou translaci, je rychlost zvuku jiná a mimo to ještě závisí na směru, ve kterém se zvuk šíří; jednou jsme dostali pro ni $u - v$, po druhé $u + v$.

Princip stálé rychlosti světelné tvrdí, že u světla (a u rozruchů elektromagnetických vůbec) je tomu jinak. Rychlost světla je podle něho v soustavě souřadné S' táž jako v soustavě S , jsou-li ovšem obě soustavy inerciální; kdyby tedy byl za vlakem vyslán signál světelný místo zvukového, naměří pozorovatelé ve vlaku pro jeho rychlost totéž jako pozorovatelé při trati, nezávisle na rychlosti vlaku i na tom, byl-li signál vyslán za vlakem nebo vlaku vstříc. To se nedá nijak srovnati s představou, že nosičem světelného děje je nějaké hmotné prostředí. Pokládáme-li je za nehybné, takže vlakem není strhováno, plyne pro rychlost světla totéž, co bylo řečeno o rychlosti zvuku. Řekneme-li, že ono prostředí (éter) je vlakem strhováno, pak je ovšem rychlost světelných signálů, jež procházejí jedoucím vlakem, vůči němu táž, jako kdyby byl v klidu, čili táž jako vzhledem k trati, jak to princip stálé rychlosti světelné žádá. Ale místo celého vlaku můžeme si mysliti jen první a poslední vůz, jež běží po trati se stejnou rychlostí, takže se jejich vzájemná vzdálenost nemění. V obou vozech jsou pozorovatelé, kteří konají svrchu popsaná měření, stanoví tedy rychlost světla vůči soustavě souřadné definované oběma vozy; podle principu stálé rychlosti světelné dostanou totéž, jako kdyby se vozy nepohybovaly. Kdybychom to chtěli vyložit z hypotézy strhování éteru, musili bychom říci, že je éter pohybem obou vozů strhován nejen v přímém

sousedství vozů, ale i v celém prostoru mezi nimi. To se dá těžko mysliti a nemožnost toho poznáme ihned, představíme-li si, že se v prostoru mezi oběma vozy pohybuje jiná dvojice vozů s jinou rychlostí a třeba i v opačném směru; nesmíme zapomenouti, že tu jde o příklady značně idealisované, aby vyniklo to, na čem záleží. Rychlost světla vůči této druhé dvojici vozů má být zase táž jako vůči trati nebo vůči první dvojici, a kdybychom to chtěli vyložit z představy, že éter je strhován, musili bychom říci, že se éter v prostoru mezi druhou dvojicí vozů pohybuje zároveň ve dvou opačných směrech. To je ovšem absurdní.

Principem stálé rychlosti světelné je tedy představa hmotného prostředí, které je nositelem elektromagnetických a optických rozruchů, z teorie vyloučena. Nastává nyní otázka, jak si máme představit šíření světla a elektromagnetických rozruchů vůbec ve vakuu. Nemá-li odpověď obsahovati více, než co víme, můžeme říci jen tolik, že světlo je agens, které se šíří vakuem s konečnou rychlostí a vnikajíc do hmoty budí v něm periodický děj, jehož rozmanité účinky pozorujeme a připisujeme světlu. Kmity světelné můžeme pozorovati jen ve hmotě; o tom, co se děje ve vakuu, nevíme z přímé zkušenosti nic mimo to, co řečeno svrchu.

Ale Einsteinův princip stálé rychlosti světelné je ve sporu i s Galileiho transformací (8). Představme si zase, že se soustava $O'X'Y'Z'$ pohybuje vůči soustavě $OXYZ$ stálou rychlostí v a ve směru osy OX , která nechť splývá s osou $O'X'$ (obr. 5). Nějaký rozruch nebo nějaké těleso nechť postupuje ve směru osy OX rychlostí, která, je-li vztažena k soustavě $OXYZ$, rovná se u . Pak plyne buď z rovnic Galileiho transformace nebo i z úvahy podobné tomu, co bylo řečeno svrchu o rychlosti zvuku vůči trati a vůči vlaku, že rychlost onoho rozruchu nebo tělesa vzhledem k soustavě $O'X'Y'Z'$ je $u' = u - v$.*) To je speciální případ věty o transformaci rych-

*) Z Galileiho transformace to plyne takto. Je

$$u = \frac{dx}{dt} \quad u' = \frac{dx'}{dt'}$$

Derivací rovnice $x' = x - vt$ podle t dostaneme

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - v,$$

čili

$$u' = u - v.$$

losti s jedné soustavy souřadné na druhou. Položíme-li nyní $u = c$, kdež c značí rychlost světla ve vakuu, plyne z poslední rovnice $u' = c - v$. Ale podle principu stálé rychlosti světelné má být i $u' = c$; je-li tedy princip stálé rychlosti světelné splněn, neplatí rovnice $u' = u - v$ ani Galileiho transformace, z níž tato rovnice plyne, a bude nutno nahraditi transformaci Galileiho jinou transformací.

Ve starší teorii, která pokládala světlo za vlnění éteru a éter za nehybný, byla rychlost světla nezávislá na směru jen v základní soustavě souřadné, té totiž, která byla vůči éteru v klidu. To nyní Einstein postuluje pro všechny soustavy inerciální. Proto však není ještě princip stálé rychlosti světelné důsledkem principu relativnosti, jak se někdy tvrdí. Princip relativnosti praví, že se průběh dějů fyzikálních pozorovaných uvnitř jistého systému těles nezmění, uvedeme-li tento systém jako celek do rovnoměrné translace. Při tom nutno do něho zahrnouti všechna tělesa, jež se pozorovaného děje jakkoli účastní. Běží-li tedy o měření rychlosti světla, patří k onomu systému nejen pozorovatel se svými přístroji, ale i světelný zdroj sám a princip relativnosti tvrdí jen to, že rovnoměrná translace celého systému, tedy i se zdrojem, nemá vlivu na výsledek měření. O tom, co nastane, uvedeme-li do pohybu jen zdroj, nebo všechna tělesa mimo zdroj, princip relativnosti nemůže říci nic. První část principu stálé rychlosti světelné, totiž nezávislost rychlosti světelné na pohybu zdroje, tedy s principem relativnosti nijak nesouvisí. Vskutku učinil Ritz (1908), chtěje se vyhnouti některým důsledkům plynoucím z tohoto Einsteinova principu, hypotézu, že rychlost světelná závisí jistým způsobem na relativní rychlosti zdroje vůči pozorovateli; tato představa, ačkoli odporuje principu stálé rychlosti světelné, není nikterak ve sporu s principem relativnosti.

Princip stálé rychlosti světelné neplyne také z pokusu Michelsonova, neboť při něm byl zdroj v klidu vzhledem k pozorovateli a jeho přístrojům, nehledě k tomu, že při něm světlo nepostupuje v jednom směru, nýbrž paprsek probíhá přede-

Představme si ještě, že po ose OX postupuje hmotný bod stálou rychlostí u ; jeho pohyb vůči soustavě $OXYZ$ je tedy rovnoměrný a přímočarý. Pak je i $u' = u - v$ stálé; to znamená, že se hmotný bod pohybuje i vzhledem k soustavě $O'X'Y'Z'$ rovnoměrně a přímočaře. Poněvadž možno osu OX položit do libovolného směru, je tím dokázána věta, o níž byla řeč v odst. 3., str. 16.

psanou dráhu dvakrát, ve směru tam a zpátky. V poslední době (1924) opakoval Michelsonův pokus *Tomaschek* se zdroji mimozemskými, které tedy nejsou v klidu vůči přístroji; byly to: slunce, měsíc, Jupiter a některé stálice. Výsledek byl týž jako dříve, záporný; možno v tom viděti důkaz, že rychlost světla nezávisí na pohybu zdroje. Pro to svědčí také pozorování holandského astronoma *de Sittera* (1913), jež se týkají pohybu dvojhvězd, tedy zdrojů světelných, které se pohybují vůči pozorovateli na zemi nestejnými rychlostmi. *De Sitter* usuzuje ze svých měření, že rychlost světla vysílaného dvojhvězdami je skutečně nezávislá na rychlosti zdroje, ovšem pokud sahá přesnost měření; rozhodně se nezmění pohybem zdroje ani o dvě tisíciny jeho rychlosti. První část principu stálé rychlosti světelné (nezávislost rychlosti světla na pohybu zdroje) možno tedy pokládati za experimentálně dokázanou tak, jak to je vzhledem k přesnosti našich měření možné; druhá část (nezávislost na směru a též hodnota její ve všech inerciálních soustavách souřadných) plyne pak z principu relativnosti, jakmile připustíme, že existuje jediná inerciální soustava souřadná, v níž rychlost světla na směru nezávisí.

Důsledky plynoucí z principu relativnosti a z principu stálé rychlosti světelné jsou obsahem t. zv. speciální teorie relativnosti; jak ihned uvidíme, vyžadují podstatných změn v mnohých větech a názorech, o jejichž správnosti dosud nebylo pochybnosti a vlastně se ani neuvažovalo. Vložíme to na příkladech; abstraktní povaha matematických úvah, jež tyto příklady mají ilustrovati, nese ovšem s sebou, že to budou příklady značně idealisované.

9. Relativnost měření časových.

Představme si dlouhou, přímoú trať, která je v klidu vůči inerciální soustavě *S*. Po ní se pohybuje vlak stálou rychlostí *v*, koná tedy vzhledem k ní rovnoměrnou translaci a je v klidu vůči jiné inerciální soustavě *S'*, která se pohybuje s ním. Při trati stojí pozorovatel, jiný je ve vlaku, přesně v jeho středu. První vztahuje svá měření k trati, čili k souřadné soustavě *S*, druhý k vlaku, čili k soustavě *S'*; podle principu relativnosti má jeden i druhý stejné právo tvrditi, že je v klidu.

Na obou koncích vlaku jsou svítilny nebo jiná zařízení k vysílání světelných nebo elektromagnetických signálů a

právě v tom okamžiku, kdy pozorovatel ve vlaku mívá pozorovatele při trati, kdy tedy oba jsou přesně uprostřed mezi oběma svítilnami, nechť vyšlou svítilny velmi krátké světelné signály. Tyto signály postupují podél vlaku i podél trati proti sobě a někde se setkají; uvažme, co o tom usoudí oba pozorovatelé. Ten, který je ve vlaku, řekne, že signály byly vyslány z míst od něho stejně vzdálených, neboť je přesně uprostřed mezi oběma konci vlaku, oba signály se šíří vůči vlaku stejnou rychlostí, když tudíž byly vyslány v témž okamžiku, musí se setkatí právě uprostřed vlaku, čili tam, kde stojí pozorovatel jedoucí vlakem, který je tedy současně zachytí. Pozorovatel při trati řekne také, že místa, z nichž signály vyšly, jsou od něho stejně vzdálena. Svítilny, jež signály vyslaly, se sice pohybují vzhledem k němu, ale na tom nezáleží, záleží jen na tom, kde oba rozruchy vznikly; pro pozorovatele při trati, který k ní vztahuje svá měření, jsou to jistá místa trati; ta totiž, v nichž obě svítilny právě byly, když vyslaly signály, a pozorovatel při trati stojí skutečně přesně uprostřed mezi nimi. Podle principu stálé rychlosti světelné postupují signály i vůči trati s obou stran stejně rychle, byly vyslány současně; z toho všeho plyne, že i pozorovatel při trati prohlásí, že se signály setkají právě tam, kde stojí; měl by tedy i on zachytiti oba signály současně.

Ale tato dvě tvrzení jsou jistě ve sporu; není možné, aby oba pozorovatelé dostali signály s obou stran najednou, neboť v okamžiku, kdy se signály setkají, oba jistě nejsou v témž místě. Byli v místě společném, když signály byly vyslány, ale za tu dobu, které signály potřebovaly, aby k nim dorazily, se rozešli, neboť pozorovatel ve vlaku se pohybuje vzhledem k pozorovateli při trati v tom směru, ve kterém jede vlak. Zachytí-li tedy na př. pozorovatel při trati oba signály současně, zachytí jistě pozorovatel ve vlaku signál přicházející od předního konce vlaku dříve než signál od druhého konce, neboť jede signálu vyslanému od předního konce vlaku vstříc. A naopak, dorazí-li oba signály současně k pozorovateli ve vlaku, pak přijde jistě k pozorovateli při trati dříve ten signál, který přichází od zadního konce vlaku.

Jak tento spor vysvětliti? Není jiného východiska než říci, že výrok: »oba signály byly vyslány současně« není dosti určitý. Řekněme, že je to pozorovatel ve vlaku, který zachytí oba signály v týž čas, pak pro něho byly tyto signály vyslány skutečně současně. Pozorovatel stojící při trati za-

chyty pak signál od zadního konce vlaku dříve než signál od konce předního a musí říci, že onen signál byl také dříve vyslán. Zachytí-li pozorovatel při trati oba signály současně, byly tyto vyslány současně pro něho, kdežto pozorovatel ve vlaku řekne, že signál od předního konce vlaku byl vyslán dříve, neboť zachytí jej před signálem od konce zadního. Byly-li tedy oba signály vyslány současně pro pozorovatele ve vlaku, pak nebyly vyslány současně pro pozorovatele při trati a naopak; co je současné pro pozorovatele jednoho, není současné pro pozorovatele druhého, který se vzhledem k prvnímu pohybuje.

Představme si ještě, že by pro pozorovatele při trati nebyly oba signály vyslány současně, ale že by signál od předního konce vlaku vyšel o něco později. Pak jej také tento pozorovatel o něco později zachytí. Naproti tomu je docela myslitelné, že pozorovatel ve vlaku zachytí napřed signál od předního konce vlaku a teprve po něm signál od konce zadního, neboť jede signálu vyslanému od předního konce vlaku vstříc; stane se to zcela jistě, je-li rozdíl vysílacích dob obou signálů dosti malý. Prohlásí pak, že signál od předního konce vlaku byl vyslán dříve, takže posuzuje časový pořádek, v němž oba signály byly vyslány, právě naopak než pozorovatel při trati.

Kdo má tedy pravdu? Nelze jinak odpovědět než, že pravdu mají oba, ovšem každý pro sebe. Pojmy »současně«, »dříve«, »později« nemají významu absolutního; aby byly určeny, musíme říci právě tak, jako když jde o stanovení pohybu, ke kterým tělesům nebo ke které soustavě souřadné svá měření vztahujeme. Jsou to pojmy relativní tak, jako je relativní pojem klidu a pohybu; k těmto důsledkům vede princip relativnosti spojený s principem stálé rychlosti světelné a musíme je přijati, jakmile přijmeme oba tyto principy.

Je jisté, že znamenají podstatnou změnu v dosavadních názorech na čas a jeho měření. Bylo již řečeno, že Newton postuloval existenci absolutního prostoru a času. Principem relativnosti ztratil prostor mnoho ze své absolutnosti, ale čas absolutním zůstal. Ve fyzice byl pořád čas něco, co plynulo samo o sobě stejnoměrně a nezávisle na jakémkoli předmětu vnějším, jak to řekl Newton. Nikdy se nepochybovalo o tom, že dvě události, na př. zablesknutí dvou hvězd, o nichž jeden pozorovatel usoudil ze svých měření, správně provedených a interpretovaných, že jsou současné, jsou současné i pro kaž-

dého jiného, že tedy každý jiný pozorovatel, i kdyby pozoroval ony hvězdy třeba s jiné planety, měří-li jen správně, najde také, že se zableskly v též čas. Neměnitelný byl také časový pořádek dvou událostí; co se sběhlo dříve pro pozorovatele jednoho, sběhlo se dříve pro pozorovatele všechny.

Nyní musíme říci, že to vše byl předsudek ničím neodůvodněný, jehož se musíme vzdáti. I když změny, o které tu běží, jsou, jak v dalším bude počtem dokázáno, nesmírně malé, takže se při rychlostech, jichž lze na zemi dosáhnouti, a dosavadními prostředky ani konstatovati nedají, přece jen zásadní význam těchto důsledků není proto menší. Čas byl vždy pokládán za něco, co se nedá obrátiti, a myšlenka, že je možno, aby časový pořádek týchž dvou událostí byl pro jednoho pozorovatele opačný než pro jiného, byla by jistě před Einsteinovou teorií zavržena jako absurdní.

Je nepopíratelnou zásluhou Einsteinovou, že podrobil analýze pojem současnosti a zbavil jej nejasností a apriorních vlastností, jež mu byly přikládány dříve. Jde-li o děje probíhající tak blízko u sebe, že možno říci, že jsou na stejném místě, je beze všeho jasné, kdy je máme pokládati za současné, a není tu třeba dalšího výkladu, který by ostatně ani nebyl možný; současnost dvou událostí souměstných je pojem, který se ani rozbírat ani definovati nedá. Nezávisí na pozorovateli a také časový pořádek dvou souměstných událostí je pro každého stejný. Vskutku ve svrchu uvedeném příkladě, když dvě události současné pro pozorovatele jednoho nebyly současné pro pozorovatele druhého, nebo když časový pořádek dvou událostí nebyl pro oba pozorovatele stejný, běželo vždy o děje, jež nebyly souměstné.

Co však znamená věta, že jsou současné dvě události, které se staly na místech různých, na př. jedna v Praze, druhá v Paříži? Odpověď je zdánlivě jednoduchá; na správně jdoucích hodinách v obou místech stanovíme doby, v nichž se ony děje sběhly, a jsou-li obě čtení stejná, jsou oba děje současné. Ale to předpokládá, že oboje hodiny jsou nařízeny tak, aby šly synchronně, aby tedy v touž dobu skutečně stejně ukazovaly. Mohlo by se říci, že toho dosáhneme na př. tak, že převezeme pražské hodiny do Paříže k hodinám, na nichž se má měřiti doba tamější události, tam je nařídíme tak, aby oboje hodiny ukazovaly stejně, a potom je odvezeme do Prahy zpět. To se také děje; na cestách vezeme s hodin-

kami i čas, a když přijdeme do nějaké samoty, kde jdou hodiny špatně, udáváme jim podle svých hodin, nařízených ve městě, správný čas. Kontrola přesných hodin se ovšem takto neprovádí, neboť otřesy při jízdě, změny teploty atd. mají vliv na jejich chod. V těchto úvahách mohli bychom sice předpokládati, že máme k dispozici ideální hodiny, na které všechny tyto vlivy neúčinkují, je tu však ještě jiná námitka, zásadní. Bylo řečeno, že Lorentz, aby vyložil nezávislost elektromagnetických a optických dějů na pohybu země, zavedl hypotézu, podle níž se chod všech hodin a všech zařízení vůbec, jimiž lze měřit čas, pohybem mění. Pohyb má působiti jakousi dilataci časovou podobné povahy, jako je kontrakce délková; obě unikají pozorovateli, který se pohybuje s sebou. Teprve, když by pohyb přestal, bylo by možno konstatovati srovnáním s hodinami, jež zůstaly v klidu, že se hodiny, které se pohybovaly, opozdily. Jde tu sice zase o změny nesmírně malé, které při rychlostech obvykle se vyskytujících nemohou míti praktického významu, ale v těchto úvahách, jež mají nahraditi přesné počty matematické, nesmíme jich nedbati. I když tedy necháme zatím stranou otázku, pokud je uvedená Lorentzova hypotéza oprávněna, pokusíme se naříditi si hodiny na synchronní chod jinak.

Mohlo by se to státi vhodnými signály. Víme-li, jakou rychlostí se takový signál šíří a jaká je vzájemná vzdálenost Prahy a Paříže, můžeme odtud vypočísti, jaké doby potřebuje vyslaný signál, aby onu vzdálenost urazil. Vyšleme tedy signál na př. z Prahy do Paříže, stanovíme, kolik ukazují pražské hodiny v okamžiku, kdy signál byl vyslán, a kolik hodiny pařížské v okamžiku, kdy signál tam přišel; je-li rozdíl obou těchto údajů roven době, za kterou signál vykoná dráhu z Prahy do Paříže, řekneme, že oboje hodiny jdou synchronně. Tak se ostatně přesné hodiny regulují; užívá se k tomu elektromagnetických signálů vysílaných radiotelegraficky. Každý den vysílají se tyto signály z Eiffelovy věže v Paříži; dráhu z Paříže do Prahy vykonají za tři tisíce sekund; v tom okamžiku tedy, kdy signál dorazí do Prahy, nařídíme si hodiny v Praze tak, aby ukazovaly o tři tisíce sekund více než ukazovaly hodiny pařížské v okamžiku vyslání signálu — kolik ukazovaly pařížské hodiny v tom okamžiku, oznamuje se po odeslání signálu — a víme nyní, že pražské hodiny jdou synchronně s pařížskými. A tak si můžeme naříditi hodiny po celé zemi a teprve potom můžeme

rozhodnouti, jsou-li dvě události, které se kdekoli na zemi sběhly, současné, nebo můžeme stanovit jejich časový rozdíl.

V praxi se užívá radiotelegrafických signálů proto, že mají velikou rychlost; doba, za kterou se signál dostane z Paříže do Prahy, je tak krátká, že k ní vůbec nemusíme hleděti a hodiny v Praze nařizujeme tak, jako kdyby signál přišel okamžitě. V těchto úvahách musíme ovšem předpokládati, že máme ideální hodiny, kterými lze měřiti i nejmenší zlomek sekundy; nesměli bychom tedy ani tak krátkou dobu zanedbat. Ale nám se tyto signály hodí z jiného důvodu; známe totiž jejich rychlost ve všech směrech a ve všech inerciálních soustavách souřadných, neboť princip stálé rychlosti světelné vztahuje se i k nim.

Budiž tedy dána inerciální soustava souřadná S ; v jednotlivých jejích bodech si myslíme rozloženy hodiny, které jsou vůči ní v klidu. Světelnými nebo elektromagnetickými signály vysílanými z libovolného místa, na př. z počátku soustavy O , nařídíme je na synchronní chod. Vyšleme signál na př. do místa A , jež je vzdáleno od O o r ; v okamžiku vyslání signálu nechť ukazovaly hodiny v O čas t , pak hodiny v A , mají-li jíti synchronně s hodinami v O , musí v okamžiku, kdy signál dorazí do A , ukazovati čas $t + r/c$, neboť dráhu z O do A vykoná signál v době r/c . Tak nařídíme hodiny v A i všude jinde a potom můžeme na nich čísti časy událostí, jež se sběhly v jednotlivých místech. Tuto regulaci hodin lze ovšem provést jen v inerciálních soustavách souřadných, neboť, jak uvidíme v druhé části této knížky, princip stálé rychlosti světelné není splněn, vztahujeme-li měření k soustavě neinerciální. Soustava spojená se zemí není inerciální, takže vlastně nemáme práva regulovati hodiny rozložené po zemi na synchronní chod způsobem svrchu popsaným, ale odchylky od principu stálé rychlosti světelné jsou tu tak nepatrné, že chyby z toho vznikající jsou značně menší než chyby pozorovací.

Mohlo by se na první pohled zdáti, že jsme vlastně pojem synchronnosti hodin definovali tak, aby rychlost elektromagnetických signálů byla v každé inerciální soustavě souřadné nezávislá na směru a stejná, čímž by princip stálé rychlosti světelné přešel v pouhou definici. Ale není tomu tak. Nařídíme-li totiž signály vysílanými z O nejdříve hodiny v A tak, aby šly synchronně s hodinami v O , pak hodiny v B , aby šly také synchronně s hodinami v O , pak musí hodiny

v A jít synchronně i s hodinami v B , jinak by tento způsob nařizovati hodiny na synchronní chod neměl smyslu. Vyšle-li tedy signál z A do B , musí se to potvrdit, t. j. musí se ukázati, že rozdíl mezi časem, který udávají hodiny v B v okamžiku, kdy signál došel, a časem ukazovaným hodinami v A v okamžiku odeslání signálu je roven době, které signál potřeboval k vykonání dráhy z A do B , tedy vzdálenosti AB dělené rychlostí světelnou c . Ovšem možno říci, že princip světelné rychlosti tvrdí, že lze sestrojiti hodiny, které, jsou-li v klidu vůči kterékoli inerciální soustavě souřadné, dají se nařídit tak, aby rychlost světla ve vakuu jimi měřená byla ve všech inerciálních soustavách táž a nezávisela na směru.

Bez definice současnosti a bez ustanovení, jak ji měřiti, nejsou časová měření ve fyzice možná. Představme si, že bychom měli stanovit dobu, které potřebuje nějaké těleso, aby vykonalo dráhu z M do N . K tomu patrně stačí určit na hodinách postavených v M čas, kdy těleso ono místo opustilo, potom na hodinách v N čas, kdy tam těleso přišlo; rozdíl obou údajů bude dána hledaná doba. Ale ovšem jen tehdy, jdou-li oboje hodiny synchronně; na definici a měření současnosti závisí tedy i definice a měření časových intervalů. K absolutnímu času Newtonovy mechaniky bychom přišli, kdybychom hodiny regulovali na synchronní chod signály, jež se šíří rychlostí nekonečně velikou. Takových signálů není a Einsteinova teorie tvrdí, že ani není hodin, které by šly podle absolutního času. Ovšem vedle rychlostí, jež se vyskytují v mechanice, je rychlost světelná prakticky nekonečně velká. V mechanice tedy rozdíl mezi absolutním časem a správnou měrou časovou mizí, ale jinak je tomu v optice a elektrodynamice, kde se setkáváme s rychlostmi téhož řádu jako je rychlost světla ve vakuu. A v okolnosti, že se nepodařilo naléztí uspokojivou teorii těchto dějů, možno viděti důkaz, že starou představu absolutního času nutno opustiti.

Je jisté, že to byla především relativnost pojmů »současné«, »dříve« a »později« postulovaná Einsteinovou teorií, která vzbudila největší odpor proti ní. Tvrzení, že co je současné pro jednoho, nemusí býti současné pro druhého, nebo, že dvě události, z nichž pro jednoho pozorovatele je jedna dříve, druhá později, mohou se jinému jeviti v opačném časovém pořádku, jistě každého na po prvé aspoň překvapí. Nesmíme však zapomenouti, že podobnou změnu názorů lidstvo

již prodělalo, byť i v jiném oboru. Bylo to tehdy, když nezvratně bylo potvrzeno, že země je kulatá. Pokud se věřilo, že země je plochá, měly pojmy »nahoru« a »dolů« absolutní význam; co znamenal směr nahoru pro jednoho, to znamenal i pro všechny ostatní. Je-li země kulatá, není tomu tak; co je pro mne nahoru, je pro mého protinožce dolů. Dnes si sotva dovedeme představit, jakou revolucí bylo své doby učení, že země má tvar koule a že na protější její straně žijí lidé, kteří by podle tehdejších názorů měli mít hlavu dole, nohy nahoře a tak choditi. Ale země byla obepluta a pojmy nahoru a dolů se staly právě tak relativními a závislými na pozorovateli, jak relativními byly již dávno pojmy na pravo a na levo.

Ostatně i pojem současnosti se změnil. Dokud se soudilo, že se světlo šíří okamžitě, rychlostí nekonečně velikou, pokládalo se za současné to, co bylo současně viděti, a ještě dnes je pojem současnosti v praktickém životě sotva jiný. Ve skutečnosti je rychlost světla konečná a obraz vnějšího světa v našem oku není obraz světa současného, nýbrž minulého, jehož jednotlivé části mají minulost tím větší, čím větší je jejich vzdálenost od oka. Původní jednoduchou představu současnosti nahradila tedy věda představou složitější, a i když tato změna je pro denní život, kdy zpravidla jde o vzdálenosti nepřesahující několik km , prakticky bez významu, přece nikdo dnes nepochybuje o její nutnosti. A tak není pochybnosti, že si zvykne i na relativnost pojmů časových, jak jí učí Einsteinova teorie.

10. Relativnost měření délkových.

Vratme se k příkladu s vlakem a trati a předpokládejme, že oba pozorovatelé chtějí stanovit délku vlaku. Oba mají k dispozici měřítko přesně stejné; o tom by se mohli nejlépe přesvědčiti tak, že by si je navzájem srovnali, pokud ještě není vlak v pohybu. Mohli by při tom také oba změřiti délku vlaku; není nejmenší pochybnosti, že oba najdou pro ni totéž, neboť mohou měření provést společně. Představme si nyní, že se vlak pohybuje vzhledem k trati stálou rychlostí a že oba pozorovatelé svá měření opakují. Pro pozorovatele jedoucího vlakem je to velmi jednoduchá věc, neboť je vůči vlaku v klidu a stanoví jeho délku právě tak jako dříve, dokud vlak ještě stál. Princip relativnosti nám zaručuje, že

přijde k výsledku přesně stejnému; kdyby totiž konstatoval jakoukoli změnu, mohl by ji pokládati za důkaz, že se pohybuje.

Nesnadnější je stanovení délky jedoucího vlaku pro pozorovatele, který stojí při trati, neboť vlak mu ujíždí. Musí patrně stanovit na trati dvě místa tak od sebe vzdálená, že oba konce vlaku jimi projíždějí současně; jejich vzdálenost pak prohlásí za délku vlaku. Otázkou, jak ta místa určí, nebudeme se zabývat; řekněme, že se mu to podařilo, že tedy pozorovatel při trati našel dvě místa na trati — označíme je C a D — té vlastnosti, že v tom okamžiku, kdy přední konec vlaku prochází místem C , projíždí zadní jeho konec místem D . Tyto dva průchody jsou tedy události současné, ovšem nyní musíme připojit: pro pozorovatele při trati. Abychom se přiblížili pokud možno k příkladu posledního odstavce, řekněme ještě, že v tom okamžiku, kdy přední konec vlaku míjí stanicí C , vyšle svítilna na něm umístěná světelný signál, stejný signál nechť vyšle svítilna na zadním konci v okamžiku, kdy tento prochází stanicí D . Podle předpokladu jsou oba tyto signály vyslány současně pro pozorovatele při trati. Nejsou však současné pro pozorovatele ve vlaku; jak bylo vyloženo v posledním odstavci, prohlásí tento, že signál od předního konce vlaku byl vyslán dříve než od konce druhého. Pro něho tedy projde napřed přední konec vlaku stanicí C a teprve potom zadní konec stanicí D , takže v tom okamžiku, kdy přední konec míjí stanicí C , zadní ještě do stanice D nedospěl. To znamená, že délka vlaku je pro pozorovatele ve vlaku, vůči němuž je vlak v klidu, větší než vzdálenost CD a tedy i větší než pro pozorovatele při trati, vůči němuž se vlak pohybuje. Pohybem se rozměry všech těles, pokud připadají do směru pohybu, zkracují; dospěli jsme, jak v dalším (odst. 12.) ještě přesněji vyložíme, k Lorentzově kontrakci. I rozměry těles jsou tedy relativní, neboť závisí na pohybu vůči pozorovateli; relativnost měření časových nese s sebou relativnost měření délkových.

Můžeme ještě celou věc obrátiti; vyšetříme, jaký bude výsledek, když budou oba pozorovatelé měřiti nějakou délku při trati. Nechť je tato délka dána vzdáleností stanic C' a D' ; pro jednoduchost budeme předpokládati, že se podařilo zvoliti je tak, aby se jejich vzdálenost právě rovnala délce vlaku, jak ji naměří pozorovatel ve vlaku. To znamená: dáme-li do C' a D' svítilny a vyšleme-li z obou míst světelné

signály právě tehdy, když oba konce vlaku jimi procházejí, pak pozorovatel ve vlaku prohlásí tyto signály za současné. Pro pozorovatele při trati však současné nejsou, ten řekne, jak bylo vyloženo v posledním odstavci, že signál od zadního konce vlaku byl vyslán dříve než od předního, čili, když zadní konec vlaku procházel jednou stanicí, přední konec ještě v druhé stanicí nebyl. Vzdálenost $C'D'$ je tedy pro něho větší než pro pozorovatele ve vlaku. To zase souhlasí s Lorentzovou kontrakcí; délka $C'D'$ je totiž v klidu vůči pozorovateli při trati, v pohybu vůči pozorovateli ve vlaku, musí tedy býti pro tohoto kratší než pro onoho. V té věci není mezi oběma pozorovateli rozdílu; je to úplně v pořádku, neboť tak to žádá princip relativnosti.

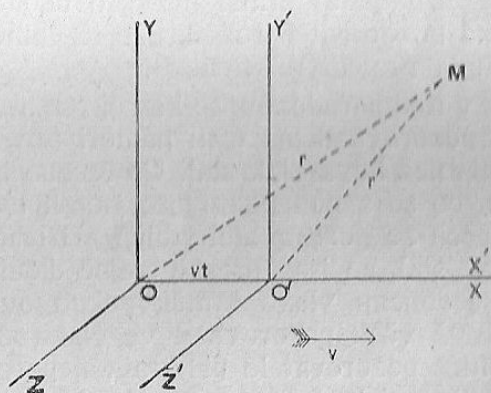
Ale zase je v tom paradoxon, se kterým se musíme smířiti. Našli jsme, že pozorovatel při trati naměří pro délku jedoucího vlaku méně, než když vlak stál. Co řečeno o vlaku, platí patrně o všem, co se s ním pohybuje; jsou-li tedy ve vlaku měřítka, o kterých se pozorovatel stojící při trati přesvědčil, dokud ještě vlak stál, že jsou přesně stejně dlouhá jako jeho, jeví se mu v jedoucím vlaku kratší, pokud ovšem leží ve směru jízdy. Když však pozorovatel ve vlaku srovnává svá měřítka s měřítky pozorovatele při trati, nepotvrdí, jak bychom snad čekali, že jeho měřítka jsou kratší než měřítka při trati, nýbrž prohlásí za kratší tato. Kdyby vlak jel rychlostí tak velikou, že bychom ono zkrácení mohli pozorovati přímo okem — uvidíme v dalším, že by to musila být rychlost nad pomyšlení velická — viděli by cestující z jeho oken, že jsou rozměry všech těles při trati i všech lidí u trati stojících ve směru pohybu neobvykle malé, ale lidé při trati řekli by totéž o cestujících i o předmětech ve vlaku. Uvidíme-li po dlouhé době někoho, kdo mezitím hodně vyrostl, zdá se nám velkým, ale my jemu malými; zde to tedy neplatí. Celé paradoxon ovšem zmizí, jakmile si uvědomíme, že délka je relativní.

11. Transformace Lorentzova.

Přejdeme nyní k počtům. Trať nahradíme souřadnou soustavou S , osy její jsou OX , OY , OZ (obr. 6). Vlak jedoucí po trati stálou rychlostí, kterou označíme v , bude zastupovati soustava S' s osami $O'X'$, $O'Y'$, $O'Z'$. Osy OX a $O'X'$ položíme do kolejí a do směru jízdy, takže splývají, osy OY a $O'Y'$ nechť jsou rovnoběžné, stejně osy OZ a $O'Z'$. Soustava S' koná

tedy vůči S rovnoměrnou translaci rychlostí v ve směru osy OX ; v jistém čase obě soustavy splynou, po nějaké době nechť mají polohy naznačené na obrázci 6. V obou soustavách konají měření pozorovatelé, budeme je krátce nazývat pozorovatel v S (dříve pozorovatel při trati) a pozorovatel v S' (dříve pozorovatel ve vlaku).

Nechť se sběhne v místě M nějaká událost trvající velmi krátkou dobu, na př. zableskne se tam malá elektrická jiskra. Oba pozorovatelé stanoví místo onoho děje i jeho čas. Místo určí souřadnicemi, jak již vyloženo; pro pozorovatele v S je



Obr. 6.

poloha bodu M dána souřadnicemi x, y, z vztaženými k soustavě S , pro pozorovatele S' souřadnicemi x', y', z' vztaženými k soustavě S' . Čas oba stanoví, jak již také vyloženo, hodinami rozloženými dosti hustě po prostoru; pozorovatel v S užívá hodin, jež jsou v klidu vůči soustavě S , pozorovatel v S' čte čas na hodinách, jež jsou v klidu vzhledem k S' . Oba musí ovšem své hodiny regulovati tak, aby šly synchronně, to provedou světelnými nebo elektromagnetickými signály, jak vyloženo v odst. 9. Pro jednoduchost budeme předpokládati, že oba užijí k tomu téhož signálu, který byl vyslán v okamžiku, kdy obě soustavy souřadné a tedy i jejich počátky O a O' splynuly, z tohoto společného počátku na všechny strany. Při tom nechť oba nařídí v okamžiku vyslání signálu své hodiny, jež v tom místě mají, na nulu, takže jeden i druhý pozorovatel řekne, že signál byl vyslán v čase $t=0$ z počátku jeho soustavy, t. j. z místa, jehož všechny tři souřadnice se rovnají nule. Na takto nařízených hodinách

možno nyní čísti čas. Pozorovatel v S stanoví čas události v M na hodinách, které jsou v klidu vůči jeho soustavě a které v okamžiku, kdy se ona událost sběhla, jsou buď přímo v M , anebo aspoň dosti blízko u M ; stejně stanoví pozorovatel v S' čas oné události na hodinách, které jsou v klidu vzhledem k jeho soustavě a jsou také v onom okamžiku v M nebo u M . Ačkoli hodiny obou soustav jsou přesně stejné a jsou nařízeny docela stejným způsobem, nesmíme vzhledem k relativnosti časových měření předpokládati hned předem, že by jejich údaje pro čas události v M souhlasily. Označíme tedy čas oné události stanovený pozorovatelem v S písmenem t ; t' budiž čas téže události stanovený pozorovatelem v S' . Je tudíž událost sběhnuvší se v M charakterisována čtyřmi údaji, budeme je nazývat jejími souřadnicemi; v soustavě S jsou to veličiny x, y, z, t , v soustavě S' pak x', y', z', t' . Je otázka, jak souřadnice jedné soustavy souvisí se souřadnicemi vztaženými se k soustavě druhé.

Úlohou touto jsme se již zabývali ovšem bez podrobných úvah, které činíme nyní, neboť jsme nečinili rozdíl mezi časy obou soustav. Našli jsme rovnice

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z, \quad (10)$$

k nimž nyní ještě připojíme další vztah tehdy pokládáný za samozřejmý, totiž $t' = t$. Tyto rovnice vyjadřující transformaci Galileiho musíme nyní prohlásiti za nesprávné, neboť jsou, jak bylo již ukázáno, ve sporu s principem stálé rychlosti světelné. Plyne to i z této úvahy.

Předpokládejme, že se světlo šíří vůči soustavě S na všechny strany stejnou rychlostí c , vyšetříme jeho rychlost vůči soustavě S' . Pro jednoduchost přestaneme na případě, kdy paprsek světelný postupuje ve směru osy OX . Nechť tedy byl vyslán v čase $t=0$ z počátku soustavy S , t. j. z bodu $x=0, y=0, z=0$ světelný signál podél osy OX . Šíří se rychlostí c , za dobu T vykoná dráhu cT a dospěje do bodu, který leží na ose OX a má souřadnice $x=cT, y=0, z=0$. Jak popíše tento děj pozorovatel v S' ? Pro $x=0, y=0, z=0, t=0$ — to jsou souřadnice, jež v soustavě S odpovídají vyslání signálu — plyne z rovnic (10) $x'=0, y'=0, z'=0, t'=0$; pozorovatel v S' řekne tedy, že signál byl vyslán také z počátku jeho soustavy a v čase $t'=0$. Pro $x=cT, y=0, z=0, t=T$ — to jsou souřadnice příchodu signálu v soustavě S — dostáváme z rovnic (10) $x'=cT - vT$ čili $x'=T(c-v)$, dále

$y' = 0, z' = 0, t' = T$. Pozorovatel v S' soudí tedy, že signál dospěl za dobu T do bodu $x' = (c - v)T$, čili že vykonal dráhu $(c - v)T$. Světlo se tudíž šíří pro něho rychlostí $c - v$, což je skutečně ve sporu s principem stálé rychlosti světelné.

Transformace, kterou nutno nahraditi transformaci Galileiho, dá se stanoviti jednoznačně z principu relativnosti a z principu stálé rychlosti světelné. My však si počet poněkud zjednodušíme. Našli jsme, že se délky pohybem zkracují; budeme tedy předpokládati hned předem, že tato kontrakce je táž jako ta, kterou Fitz Gerald a Lorentz vykládali záporný výsledek pokusu Michelsonova. Dospějeme tak skutečně k transformaci, která je s oběma uvedenými principy v souladu; důkaz bude neúplný jen potud, že nebude jím rozhodnuto, není-li takových transformací více.

Bylo již vyloženo (str. 41), že, přijmeme-li uvedenou hypotézu Fitz Gerald-Lorentzovu, nastoupí místo rovnice (10) rovnice

$$x' = k(x - vt) \quad y' = y \quad z' = z. \quad (11)$$

Ale to není všechno. Zatím jsme dosáhli jen toho, že čas, za který proběhne světelný paprsek předepsanou dráhu tak jako při Michelsonově pokusu, tedy dvakrát, tam a zpět — při pokusu Michelsonově od desky k zrcadlu a odtud k desce zpět — je nejen v soustavě S , ale i v soustavě S' nezávislý na směru, že tedy jakási jeho střední rychlost vypočtená z této dvojité dráhy je ve všech směrech stejná. Princip stálé rychlosti světelné však žádá více; podle něho musí světlo postupovati jak tam, tak i zpět s rychlostí stejnou, mimo to musí býti tato rychlost v soustavě S' táž jako v soustavě S , tedy zase c . Právě tyto požadavky vedou k tomu, že je nutno zavést pro soustavu S' zvláštní čas t' , odchylný od času t soustavy S .

Abychom našli výraz pro t' , zvolme si za událost sběhnutí se v M příchod světelného signálu do tohoto místa vyslaného z počátku O v okamžiku, kdy tento bod splýnul s počátkem O' druhé soustavy. Pro pozorovatele v S byl tedy signál vyslán z místa O v čase $t = 0$, vykonal dráhu $OM = r$ a dorazil do místa M se souřadnicemi x, y, z v čase t . Šíří se rychlostí c , je tedy $r = ct$. Ale

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2,$$

takže je také

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2. \quad (12)$$

Pozorovatel v S' řekne, že signál byl vyslán z O' v čase $t' = 0$, vykonal dráhu $O'M = r'$ a dorazil do bodu M , jehož souřadnice jsou x', y', z' , v čase t' . I pro něho postupuje signál rychlostí c , je tedy $r' = ct'$ a analogicky jako dříve

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2.$$

Máme nyní vyjádřiti t' souřadnicemi x, y, z, t . Dosadíme nejdříve do levé strany poslední rovnice za x', y', z' výrazy plynoucí z rovnic (11). Dostaneme tak

$$k^2(x - vt)^2 + y^2 + z^2 = c^2 t'^2. \quad (13)$$

Ale z rovnice (12) vypočteme

$$y^2 + z^2 = c^2 t^2 - x^2,$$

to dosazeno do rovnice (13) dává

$$k^2(x - vt)^2 + c^2 t^2 - x^2 = c^2 t'^2,$$

aneb, když čtverec v prvním členu levé strany provedeme a vše upravíme,

$$(k^2 - 1)x^2 - 2k^2 xvt + (k^2 v^2 + c^2)t^2 = c^2 t'^2. \quad (14)$$

To se ještě zjednoduší. Podle rovnice (3) je

$$k^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

takže

$$k^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = 1, \quad \text{čili } k^2 - k^2 \frac{v^2}{c^2} = 1. \quad (15)$$

Z toho plyne nejdříve pro faktor u x^2 v rovnici (14)

$$k^2 - 1 = k^2 \frac{v^2}{c^2}.$$

Faktor u t^2 v téže rovnici je

$$k^2 v^2 + c^2 = c^2 \left(k^2 \frac{v^2}{c^2} + 1\right).$$

Ale z druhé rovnice (15) dostaneme snadno

$$k^2 = k^2 \frac{v^2}{c^2} + 1,$$

takže je

$$k^2 v^2 + c^2 = k^2 c^2.$$

To dosadíme do levé strany rovnice (14); vznikne tak

$$k^2 \frac{v^2}{c^2} x^2 - 2k^2 v x t + k^2 c^2 t^2 = c^2 t'^2,$$

čili

$$k^2 \left(ct - \frac{v}{c} x \right)^2 = c^2 t'^2$$

a po odmocnění

$$k \left(ct - \frac{v}{c} x \right) = ct'.$$

Měli jsme vlastně na vybranou dvě znamení; na pravé straně mohlo být místo kladného znamení stejně dobře znamení záporné; zvolili jsme znamení kladné proto, aby, roste-li t , rostlo i t' . Z poslední rovnice vypočteme hledaný vztah pro t' ; je

$$t' = k \left(t - \frac{v}{c^2} x \right),$$

takže celkem máme

$$x' = k(x - vt) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = k \left(t - \frac{v}{c^2} x \right). \quad (16)$$

Těmito rovnicemi je tedy určena poloha a čas nějakého děje v soustavě S' , známe-li jeho polohu a čas v soustavě S , čili těmito rovnicemi se přechází od souřadnic nějakého děje v soustavě S (od souřadnic nečárkovaných) k souřadnicím téhož děje v soustavě S' (k souřadnicím čárkovaným). Je jimi vyjádřeno, že rychlost světla je nejen v soustavě S , jak jsme předpokládali, ale i v soustavě S' nezávislá na směru a rovna c .

Principu stálé rychlosti světelné je tedy vyhověno, ale i princip relativnosti je splněn. Podle něho mají míti obě soustavy, S i S' , úplně stejný význam, to znamená mimo jiné, že přechod opačný než ten, který je dán rovnicemi (16), tedy od soustavy S' (od souřadnic čárkovaných) k soustavě S (k souřadnicím nečárkovaným), musí se dít podle týchž vzorců jako přechod od soustavy S k S' . Jediné, co se v nich změní, je rychlost v . To je totiž rychlost soustavy S' vůči S ; zaměníme-li nyní obě soustavy, t. j. hledáme-li vzorce pro přechod opačný než dříve, musíme do nových vzorců zavést místo ní rychlost soustavy S vůči S' . Ta je $-v$, neboť soustava S se pohybuje vůči S' stejnou rychlostí, ale v opačném směru. Přechod od

souřadnic čárkovaných k nečárkovaným má se tedy vzhledem k principu relativnosti dít podle rovnic

$$x = k(x' + vt') \quad y = y' \quad z = z' \quad t = k \left(t' + \frac{v}{c^2} x' \right). \quad (17)$$

To však je v úplném souhlasu s rovnicemi (16); když je totiž rozřešíme podle x, y, z, t , dostaneme vsutku rovnice (17).

Rovnice (16) nebo (17) nazývají se podle Poincaréa transformací Lorentzovou. Ta tedy nastoupí v teorii speciální relativnosti místo transformace Galileiho dané rovnicemi (10) a jako princip relativnosti v Newtonově mechanice praví, že rovnice vyjadřující její zákony jsou invariantní vůči Galileiho transformaci, tak řekneme nyní, že princip relativnosti v Einsteinově teorii, platný nejen pro mechaniku, ale pro fyziku celou, žádá, aby rovnice vyjadřující zákony fyziky byly invariantní vůči transformaci Lorentzově. Tento postulát vyslovil ostatně zároveň s Einsteinem, vlastně o něco dříve, Poincaré.

Obě transformace se prakticky liší nepatrně. Je-li totiž relativní rychlost obou soustav v velmi malá vedle rychlosti světla ve vakuu c , můžeme ve výrazu pro k , jež je rovno

$$1/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

zanedbat čtverec podílu v/c a psáti jednoduše

$k = 1$; stejně zanedbáme v poslední rovnici (16) pro t' člen v/c^2 . Tím přejdou rovnice (16) v rovnice (10), transformace Lorentzova v transformaci Galileiho. Uvážíme-li, že se c rovná 300.000 km za sek., je viděti, že lze čekat odchylky od výsledků teorie, jež užívala transformace Galileiho, čili, jak budeme říkati, od teorie klasické, jen při rychlostech nadmíru značných. I rychlost oběhu země kolem slunce (30 km za sek.) je tu nepatrná. Tak veliké rychlosti mají na př. elektricky nabitě částice vysílané radioaktivními látkami a právě na nich byly, jak v dalším bude ještě vyloženo, důsledky speciální teorie relativnosti potvrzeny.

V rovnicích (16) a (17) vyskytuje se k , které je vždy větší než 1 a roste, stoupá-li v . Pro $v = c$ stává se dokonce nekonečně velikým. Kdyby bylo v větší než c , bylo by k imaginární; to ovšem není možné. Relativní rychlost dvou inerciálních soustav souřadných a tím i rychlost tělesa vůči kterékoliv inerciální soustavě souřadné nesmí tedy překročit rychlost světla ve vakuu.

Nyní můžeme kvalitativní výsledky posledních dvou odstavců doplnit a vyjádřit kvantitativně. Z poslední rovnice (16) plyne ihned, že současnost dvou událostí je relativní; dvě události současné pro pozorovatele v S nemusí být současné pro pozorovatele v S' . Pozorovatel v S prohlásí za současné ty děje, kterým odpovídají stejné hodnoty t ; z poslední rovnice (16) je ihned vidět, že budou jim odpovídati i stejné hodnoty t' , obě události budou tedy současné i pro pozorovatele v S' jen tehdy, mají-li místa, v nichž se obě události sběhly, stejné souřadnice x -ové, t. j. leží-li v téže rovině kolmé k ose OX , čili kolmé ke směru vzájemného pohybu obou soustav. Není-li to splněno, odpovídají stejným hodnotám t nestejné hodnoty t' a dvě události současné pro pozorovatele v S nejsou současné pro pozorovatele v S' .

Propočítejme podrobněji příklad odstavce 9. s vlakem (soustava S'), který jede po trati (soustava S) a má na obou koncích svítilny. Ty vyšlou světelné signály; o těchto dvou událostech předpokládejme, že jsou současné pro pozorovatele při trati (v soustavě S), takže tento řekne, že oba signály byly vyslány v též čas $t=t_1$. Přední konec vlaku nechť má v tom okamžiku v soustavě S souřadnici $x=x_1$, konec zadní souřadnici $x=x_2$; ostatní dvě souřadnice (y a z) jsou v obou případech rovny nule, neboť vlak se pohybuje po ose OX . Mimo to je x_1 větší než x_2 . Jedna událost — vyslání signálu svítilnou na předním konci vlaku — má tedy v soustavě S souřadnice $x=x_1$, $y=0$, $z=0$, $t=t_1$; souřadnice události druhé — vyslání signálu svítilnou na zadním konci — v téže soustavě jsou $x=x_2$, $y=0$, $z=0$, $t=t_1$. Z poslední rovnice (16) vypočteme časy t'_1 a t'_2 obou těchto událostí v soustavě S' . Je

$$t'_1 = k \left(t_1 - \frac{v}{c^2} x_1 \right) \quad (18)$$

$$a. \quad t'_2 = k \left(t_1 - \frac{v}{c^2} x_2 \right); \quad (19)$$

z toho plyne

$$t'_2 - t'_1 = k \frac{v}{c^2} (x_1 - x_2).$$

Ale $x_1 - x_2$ je délka vlaku, jak ji naměří pozorovatel v soustavě S ; označíme ji l a můžeme psát

$$t'_2 - t'_1 = k \frac{v}{c^2} l.$$

Rozdíl $t'_2 - t'_1$ je tedy kladný, t'_2 je větší než t'_1 ; to znamená, že pozorovatel ve vlaku řekne, že signál od zadního konce vlaku byl vyslán později (když je víc hodin) než od konce předního. To souhlasí s tím, co jsme našli v odst. 9., nyní však můžeme ještě odhadnouti, o jaké rozdíly časové mohlo by tu jít. Ve jmenovateli výrazu, kterým je rozdíl $t'_2 - t'_1$ dán, vyskytuje se čtverec světelné rychlosti c . Ten je, měříme-li rychlost v metrech za sek., dán devítkou se šestnácti nulami; proti tomu stojí v čitateli rychlost vlaku v , která může činiti nejvýše několik desítek metrů za sekundu, a délka vlaku l , která nemůže přesahovati několik set metrů. Vyjde nám tedy pro rozdíl $t'_2 - t'_1$ tak maličký zlomek sekundy, že je naprosto vyloučeno přímé potvrzení tohoto výsledku.

Předpokládejme nyní, že oba signály nebyly vyslány současně ani pro pozorovatele při trati; signál od předního konce vlaku nechť byl sice vyslán zase v čase $t=t_1$, ale signál od konce zadního nechť byl vyslán v jiném čase $t=t_2$. Rovnice (18) se nezmění, ale místo rovnice (19) máme nyní

$$t'_2 = k \left(t_2 - \frac{v}{c^2} x_2 \right),$$

takže je nyní

$$t'_2 - t'_1 = k \left(t_2 - \frac{v}{c^2} x_2 - t_1 + \frac{v}{c^2} x_1 \right),$$

čili

$$t'_2 - t'_1 = k \left[t_2 - t_1 - \frac{v}{c^2} (x_2 - x_1) \right].$$

Rozdíl $t'_2 - t'_1$ může být nulou, nebo může mít opačné znamení než rozdíl $t_2 - t_1$, t. j. děje, které nejsou současné pro pozorovatele v S , mohou se státi současnými pro pozorovatele v S' , nebo i jejich časový pořádek se může změnit. Ale ne vždycky; počtem, který tu nebudeme provádět, dá se z poslední rovnice dokázat, že dva nespojitelné děje, které se sběhly v dobách, jejichž rozdíl je větší než čas, za který světlo proběhne vzdálenost míst, v nichž se ony děje udály, následují pro všechny pozorovatele — pokud ovšem tito vztahují svá měření k některé inerciální soustavě souřadné — v témž pořádku. Podle toho je časový pořádek

dvou dějů, z nichž jeden se stal v Paříži, druhý v Praze, pro všechny tyto pozorovatele týž, jakmile rozdíl jejich časů je větší než tři tisícinny sekundy, neboť to je doba, za kterou světlo vykoná dráhu z Paříže do Prahy. Je viděti, že se ani čas ještě nestal úplně relativním. Jiný důsledek poslední rovnice je ten, že rychlost žádné akce fyzikální, ať je původu jakéhokoli, měřená v některé inerciální soustavě souřadné, nemůže překročit rychlost světla ve vakuu c . Není dosud známo nic, co by tomu odporovalo.

12. Kontrakce délek a dilatace času.

Že z transformace Lorentzovy plyne kontrakce všech rozměrů připadajících do směru pohybu vůči pozorovateli, není vlastně pro nás nic nového, neboť jsme to při odvození rovnic (16) předpokládali. Přece však ji stručně odvodíme.

Po ose OX soustavy S nechť se pohybuje přímá tyč rychlostí v , takže je v klidu vůči soustavě S' . Bylo již vyloženo, jak stanoví její délku pozorovatel, který koná měření v soustavě S . Poněvadž se tyč vůči němu pohybuje a polohy koncových bodů jejích se neustále mění, nezbyvá mu nic jiného, než aby stanovil ve své soustavě dva body A a B , s nimiž oba konce tyče v týž čas $t = t_1$ splynou. Vzdálenost těchto bodů je délka tyče v soustavě S . Oba leží na ose OX ; řekněme, že bod A má souřadnici $x = x_1$, bod B pak $x = x_2$; budiž x_1 větší než x_2 . Délka tyče v soustavě S je

$$l = x_1 - x_2.$$

V tom okamžiku, kdy jeden konec tyče splyne s A , najde pozorovatel v S' pro souřadnici bodu, v němž se to stalo, ve své soustavě hodnotu

$$x'_1 = k(x_1 - vt_1),$$

jež plyne z první rovnice (16), dosadíme-li do ní $x = x_1$ a $t = t_1$, neboť splynutí onoho konce tyče s bodem A je děj, který má v soustavě S souřadnice $x = x_1$, $y = 0$, $z = 0$, $t = t_1$. Stejně dostane pozorovatel v S' pro x' -ovou souřadnici bodu, v němž druhý konec tyče splynul s B , hodnotu

$$x'_2 = k(x_2 - vt_1).$$

Obě tyto hodnoty nejsou pro něho současné, jak již vyloženo; nemůže tedy pokládati jejich rozdíl za vzdálenost míst A a B , neboť tato místa náleží soustavě S a pohybují se s ní

vůči němu. Ale x'_1 a x'_2 jsou také souřadnice obou koncových bodů tyče v soustavě S' , nejsou sice stanoveny v týž čas t' , ale na tom nyní nezáleží, neboť tyč je vůči S' v klidu a souřadnice jejích koncových bodů se v této soustavě nemění. Rozdíl $x'_1 - x'_2$ je tedy roven délce tyče, jak ji naměří pozorovatel v soustavě S' ; označíme ji l' . Obě poslední rovnice odečteme a dostaneme

$$x'_1 - x'_2 = k(x_1 - x_2),$$

čili

$$l' = kl \text{ a } l = l'/k.$$

Poněvadž je k větší než 1, je l menší než l' ; pozorovatel v S , vůči kterému se tyč pohybuje, dostane pro její délku k -krát méně než pozorovatel v S' , vůči kterému je tyč v klidu.

Představme si, že s počátku byli oba pozorovatelé vůči sobě v klidu. Tehdy pro délku tyče, která byla v klidu vzhledem k oběma, naměřili patrně totéž, neboť mohli ji měřiti společně. Výsledek tohoto měření označíme l_0 ; je to t. zv. klidová délka tyče, t. j. její délka stanovená pozorovatelem, který je i se svými měřítky vůči ní v klidu. Uvedme nyní tyč do rovnoměrné translace vzhledem k soustavě S ve směru osy OX , podél níž nechť se tyč pohybuje; je pak v klidu vůči soustavě S' . Její délku stanovenou pozorovatelem v S' , který se pohybuje s sebou, jsme označili l' ; je patrně $l' = l_0$, neboť tento pozorovatel je vůči tyči zase v klidu a rovnoměrná translace nemůže mít podle principu relativnosti vlivu na výsledek jeho měření. Ale pozorovatel, který koná svá měření v soustavě S , dostane nyní pro délku téže tyče l a našli jsme, že je $l = l'/k$, čili, dosadíme-li l_0 za l' , také

$$l = \frac{l_0}{k} = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

jak plyne z rovnice (3) pro k . Táž tyč, která měla délku l_0 , pokud byla vůči pozorovateli v klidu, má nyní, když se vzhledem k němu pohybuje rychlostí v ve směru své osy, délku l , která je menší než l_0 . Pohybem se zkrátila a stejně se ovšem zkrátí rozměry všech těles připadajících do směru pohybu. Rozměry kolmé ke směru pohybu se nemění, to plyne z druhé a třetí rovnice (16) pro transformaci souřadnic y a z . Nalezli jsme skutečně kontrakci Lorentzovu; ta je zase, jak již vylo-

ženo, při obvyklých rychlostech v nesmírně malá (druhého řádu).

Délka tyče závisí tedy na jejím pohybovém stavu vůči tomu, kdo ji měří. Největší hodnoty dosahuje, je-li tyč vůči pozorovateli v klidu; pohybuje-li se tyč vůči němu ve směru své osy, pak její délka s rostoucí rychlostí v klesá a pro $v=c$ byla by dokonce rovna nule. Často kladená otázka, jaká je tedy skutečná délka tyče, nebo jaké jsou skutečné rozměry těles, má v Einsteinově teorii právě tak málo smyslu jako otázka, jaká je skutečná rychlost nějakého tělesa. Rozměry všech těles jsou v ní relativní; závisí nejen na tělese samém, ale i na jeho vztahu k tomu, kdo je měří. Tento vztah je tu dán relativní rychlostí pozorovatele a jeho měřítek vůči tělesu, jehož rozměry se mají stanovit. Nesmíme však zapomenouti, že pozorovatel a jeho měřítko musí při tom býti v klidu vůči některé inerciální soustavě souřadné a těleso musí konati vůči nim rovnoměrnou translaci, aby předešlé výsledky platily.

Protějškem ke kontrakci délek je t. zv. d i l a t a c e č a s u. Bylo již řečeno (str. 37.), že Lorentz, aby uvedl svou teorii v souhlas s výsledky měření, zavedl mimo kontrakční hypotézu ještě další předpoklad, podle něhož se pohybem vzhledem k éteru mění chod hodin; hodiny, které se vůči éteru pohybují rychlostí v , mají jít k -krátě pomaleji než identické hodiny, které jsou vzhledem k éteru v klidu; k je zase dáno rovnicí (3). Vyšetříme nyní, co tomu říká teorie Einsteinova.

Mějme dvoje přesně stejné hodiny, při čemž za hodiny může v zásadě sloužit každý děj, jehož časový průběh je znám, zpravidla to ovšem bývají děje periodické. Pokud jsou oboje hodiny v klidu vůči sobě a na témž místě, není pochybnosti o tom, že půjdou přesně stejně, t. j. když jejich údaje jednou souhlasily, že budou souhlasiti v každém čase následujícím. Nechť se nyní ony hodiny pohybují vůči sobě navzájem rovnoměrně a přímočaře rychlostí v . Pro jednoduchost řekneme, že jedny hodiny jsou trvale v počátku O soustavy S , druhé v počátku O' soustavy S' ; tyto udávají pak čas t' , ony čas t . Pozorovatel, který vztahuje svá měření k soustavě S , nechť srovnává údaje hodin v O , které jsou vzhledem k němu v klidu, s údaji hodin v O' , které se vůči němu pohybují rychlostí v . Může to činiti dvojím způsobem. Může si dávat posílati od pozorovatele, který se pohybuje zároveň s hodinami O' — tak budeme v dalším nazývat ty hodiny, které jsou

trvale v O' — signály, které mu oznamují, kolik ukazovaly hodiny O' v okamžiku, kdy ten který signál byl odeslán. Pozorovatel v O stanoví pak na svých hodinách čas, kdy signál přišel, tento údaj zmenší o dobu, které signál potřeboval, aby vykonal dráhu OO' , a tak se dozví, co ukazovaly jeho hodiny v okamžiku, kdy signál vyšel z O' . Může však srovnávat údaje svých hodin se současnými údaji hodin O' také takto: Rozloží v jednotlivých místech osy OX , podle níž se hodiny O' pohybují, hodiny docela stejné, které jsou v klidu vůči jeho soustavě a jsou nařízeny tak, aby šly synchronně, takže ukazují čas t soustavy S . K těmto hodinám postaví pozorovatele, kteří v okamžiku, kdy hodiny O' míjejí jejich stanoviště, srovnají údaje svých hodin s údajem hodin O' a výsledek s ním sdělí. Vzpomeneme-li si, jak se hodiny soustavy S regulují na synchronní chod, je ihned viděti, že obě metody povedou k výsledkům stejným; druhá je ovšem jednodušší. Vyjádříme ji nyní početně.

Hodiny O' nechť jsou v čase $t=t_1$ v poloze $x=x_1$. To znamená, že v okamžiku, kdy tyto hodiny přijdou do bodu $x=x_1$ soustavy S , ukazují hodiny této soustavy, které jsou v onom bodu, čas $t=t_1$. Hodiny O' ukazují pak čas t'_1 , který dostaneme z poslední rovnice (16), dosadíme-li do ní $x=x_1$ a $t=t_1$. Je

$$t'_1 = k \left(t_1 - \frac{v}{c^2} x_1 \right).$$

Když uplyne doba T měřená na hodinách soustavy S , vykonnají hodiny O' vůči této soustavě dráhu vT , přijdou tedy do bodu, jehož x -ová souřadnice je $x=x_1+vT$, a všechny hodiny soustavy S , tedy i ty hodiny, které v onom bodu jsou, ukazují čas $t=t_1+T$. Čas, který ukazují hodiny O' , označíme t'_1+T' ; údaj těchto hodin stoupl tedy o T' . Vypočteme tento čas zase z poslední rovnice (16), do níž se nyní dosadí $x=x_1+vT$, $t=t_1+T$. Je

$$t'_1+T' = k \left[t_1+T - \frac{v}{c^2} (x_1+vT) \right].$$

Obě poslední rovnice odečteme a dostaneme

$$T' = k \left(T - \frac{v^2}{c^2} T \right) = k T \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = \frac{T}{k},$$

jak plyne ihned z rovnice (3) pro k .

To znamená: Za tu dobu, za kterou stoupl čas udávaný hodinami soustavy S o T , stoupl údaj hodin O' , které se vůči hodinám soustavy S pohybují rychlostí v , o $T' = T/k$. Ježto k je větší než 1, je T' menší než T ; údaj hodin, které se pohybují, zvětšil se o méně než údaj hodin identických, které jsou v klidu. Hodiny, které se pohybují, opožďují se proti identickým hodinám, které jsou v klidu; jdou k -kráte pomaleji.

Jak již řečeno, měříme čas zpravidla periodickými ději, na př. kyvy kyvadla, kmity ladičky, kmity elektromagnetickými nebo světelnými atd. Určité intervaly časové můžeme také měřiti dějem, který umíme přesně reprodukovati. Vezměme si tento příklad, který je ovšem poněkud drastický. Máme několik přesně stejných svíček; doba, za kterou kterákoli z nich úplně shoří, je za poměrů jinak stejných vždy táž; označíme ji T . Jsou tedy tyto svíčky jakési primitivní hodiny; možno jimi měřiti ovšem jen určitý interval časový. Představme si nyní, že jednu takovou svíčku má pozorovatel v O , druhou pozorovatel v O' . Oba konají vůči sobě rovnoměrnou translaci; zúčastní-li se jejich pohybu vše, co má na hoření svíčky jakýkoli vliv, především tedy okolní vzduch, pak se podle principu relativnosti pro žádného z obou pozorovatelů doba, za kterou jeho svíčka shoří, tímto vzájemným pohybem nezmění; jeden i druhý dostane pro ni zase T . Když však pozorovatel, který je v O , změří dobu, za kterou shořela svíčka pozorovatele v O' , najde podle předešlého, že tato doba je k -kráte delší než doba T , za kterou shořela jeho svíčka, ačkoli obě svíčky jsou úplně stejné. A to platí pro každý fyzikální děj. V systému těles, jenž koná vůči pozorovateli rovnoměrnou translaci rychlostí v , probíhá každý děj k -kráte pomaleji než by v něm probíhal, kdyby tělesa byla vůči pozorovateli v klidu. Doba, po kterou nějaký děj trvá, je zase relativní a závisí na rychlosti těles, v nichž onen děj probíhá, vzhledem k pozorovateli a jeho hodinám. Pohybem se prodlužuje; nastává dilatace času.

Kmitová doba ladičky nebo kmitová doba světelných vln vysílaných svítící částicí se tedy pohybem prodlouží. Ladička má vydávati hlubší tón, když se pohybuje vzhledem k tomu, kdo jej měří, než, je-li vůči němu v klidu; spektrální čára vysílaná svítící částicí má se posunouti k delším vlnám. Ovšem bylo by nutno pozorovati světlo nebo zvuk ve směru kolmém k směru, v němž se zdroj pohybuje, aby se vyloučil t. zv. Dopplerův efekt, kterým se také mění tón ladičky i barva svě-

telného zdroje a který je mnohem větší. Při obvyklých rychlostech je zase změna tónu nebo barvy plynoucí z teorie relativnosti nesmírně malá (druhého řádu) a je vyloučeno, že by se dala konstatovati na př. u pohybující se ladičky. Jen v t. zv. pozitivních paprscích máme svítící částice, které mají rychlosti tak velké, že by bylo ještě možno zjev pozorovati. Byla také uváděna měření, jež měla potvrditi jeho existenci, ale zcela spolehlivě věc dosud rozhodnuta není; jde o měření nesmírně obtížná.

Našli jsme, že pozorovatel v O konstatuje, že hodiny O' , jež se pohybují vzhledem k němu rychlostí v , jdou k -kráte pomaleji než identické hodiny jeho; podle principu relativnosti musí ovšem také pro pozorovatele v O' jít hodiny v O , jež se pohybují vůči němu stejnou rychlostí, k -kráte pomaleji. Máme tu stejně paradoxní výsledek jako při měření délek; i tam jsme našli, že oba pozorovatelé tvrdí zároveň, že měřítka druhého jsou kratší než identická měřítka jejich. Ukážeme, že to skutečně plyne z Lorentzovy transformace.

Hodiny v O mají trvale souřadnici $x = 0$. Když tedy ukazují čas $t = t_1$, pak hodiny soustavy S' , které je právě míjejí, ukazují čas $t' = t'_1$, který se vypočte z poslední rovnice (16), dosadíme-li do ní $x = 0$, $t = t_1$. Dostaneme

$$t'_1 = kt_1.$$

Nechť se nyní t zvětší o T , takže hodiny v O ukazují čas $t = t_1 + T$. Ty hodiny soustavy S' , které jsou právě v tom okamžiku v O — jsou to ovšem jiné hodiny než dříve, ale jdou s nimi synchronně — nechť ukazují čas $t' = t'_1 + T''$. Z poslední rovnice (16) plyne

$$t'_1 + T'' = k(t_1 + T)$$

a odečtením těchto dvou rovnic dostaneme $T'' = kT$. Za tu dobu, za kterou stoupl údaj hodin v O o T , stouply údaje hodin soustavy S' a ovšem i údaj hodin v O' , neboť všechny hodiny soustavy S' jdou synchronně, o $T'' = kT$. T'' je větší než T ; pozorovatel v O' řekne skutečně, že hodiny v O jdou pomaleji než jeho.

Z této úvahy je však viděti, proč každý pozorovatel dospěje k úsudku, že se hodiny druhého opožďují proti jeho hodinám. Mysleme si podél osy OX rozložené hodiny, které jsou v klidu vzhledem k soustavě S a měří tedy čas t . Stejně ho-

diny nechť jsou rozloženy podél osy $O'X'$, která ovšem splývá s osou OX — pro názornost můžeme si ji mysliti těsně u ní — tyto hodiny nechť jsou v klidu vůči soustavě S' , měří pak čas t' . Z hodin soustavy S vybereme si zase ty, které jsou trvale v O , z hodin soustavy druhé ty, které jsou trvale v O' ; podle ujednání ukazují oboje v okamžiku, kdy se míjejí, právě nulu. Hned potom se rozejdou a v některém okamžiku následujícím setkají se hodiny O' s hodinami A soustavy S . V tom okamžiku nechť ukazují hodiny O' čas T' — ten čas tedy uplynul v soustavě S' od jejich setkání s hodinami O — kdežto hodiny A nechť ukazují čas T . Poněvadž pro toho pozorovatele, který vztahuje svá měření k soustavě S , jdou všechny hodiny této soustavy synchronně, řekne tento, že v témž okamžiku ukazují i hodiny O , které patří k téže soustavě jako hodiny A , čas T , čili že za tu dobu, za kterou stoupl údaj hodin O' o T' , stoupl údaj hodin O o T . Nalezli jsme, že je $T' = T/k$; pozorovatel v soustavě S usoudí, že se hodiny O' opožďují proti hodinám jeho.

Přejdeme nyní k hodinám O . Právě, když ukazují čas T , nechť se setkají s hodinami A' soustavy S' . Pozorovatel v S řekne, že se setkání hodin O s hodinami A' stalo současně se setkáním hodin O' s hodinami A . Ale, co je současné pro něho, nemusí býti současné pro pozorovatele v S' ; ukazují-li hodiny O' , když se setkaly s hodinami A , čas T' , pak ukazují hodiny A' , když se setkají s hodinami O , čas jiný, označili jsme jej svrchu T'' . Nalezli jsme, že je $T'' = kT$; pozorovatel v S' řekne tedy, že za tu dobu, za kterou údaj hodin A' anebo, což je pro něj stejné, údaj hodin O' , které jdou pro něj synchronně s hodinami A' , stoupl o T'' , stoupl údaj hodin O o $T = T''/k$, t. j. o méně, hodiny O se opožďují proti hodinám jeho. Příčina těchto dvou zdánlivě si odporujících výroků obou pozorovatelů tkví tedy v tom, že současnost dvou dějů je relativní.

Mohlo by se zdáti, že všechny tyto úvahy jsou zbytečně složité; máme-li rozhodnouti, či hodiny se vlastně opožďují, že bude nejlépe porovnatí jejich údaje na témž místě. K tomu je ovšem třeba učiniti to aspoň ve dvou různých dobách; konstatujeme-li na př. nyní, že hodiny ukazují stejně, můžeme teprve ze druhého, pozdějšího srovnání jejich údajů rozhodnouti, jdou-li stejně, nebo opožďují-li se jedny proti druhým. To se však v tomto případě nedá provésti na témž místě, neboť oba pozorovatelé i jejich hodiny se vůči sobě neustále pohybují touž rychlostí a v témž směru. Mohou se tedy setkat

nanejvýš jednou a jiné cesty pro porovnání chodu svých hodin než je ta, která byla právě vyložena, nemají.

Ale s touto námitkou souvisí t. zv. hodinový paradox, na který upozornil již Einstein. V bodě A nechť jsou dvojce hodiny, jež označíme H a H' ; oboje nechť jdou přesně stejně a také stejně ukazují. V jistém okamžiku uvedeme hodiny H' do rovnoměrné translace vůči hodinám H , které nechť zůstaly v klidu. Když dorazí hodiny H' do místa B , zastavíme je a obrátíme směr jejich pohybu, takže se na konec vrátí do A k hodinám H . Uplynul-li na hodinách H za tu dobu, než se hodiny H' vrátily, čas T , pak by měl na hodinách H' , které podle předešlého jdou pomaleji, pokud se pohybují, uplynouti čas menší, tyto hodiny by měly po svém návratu jíti o něco později než hodiny H . Možno však také uvažovati takto. Pohyb je relativní; řekli jsme, že hodiny H byly v klidu a hodiny H' se pohybovaly, můžeme však též děj popsati i tak, že řekneme, že hodiny H' byly po celou dobu v klidu a pohybovaly se hodiny H . Pak by ovšem po návratu do společného místa měly jíti hodiny H později než hodiny H' . Tentokráte oba tyto výsledky nemohou býti zároveň správné; jakmile se oboje hodiny dostanou zase k sobě, můžeme přímým jejich čtením rozhodnouti, jdou-li některé později a které to jsou. Zdálo by se tedy, že Einsteinova teorie vede tu k výsledku, který je nemožný.

Ve skutečnosti však není tento případ tak jednoduchý, jak jsme předpokládali, a bez přesnějšího určení nelze říci, co vlastně vyjde. Naše dosavadní úvahy týkají se, jak již několikráte bylo zdůrazněno, jen inerciálních soustav souřadných a rovnoměrné translace vůči nim. To není případ, který máme nyní, neboť relativní rychlost obou hodin se během pokusu několikráte změní, jejich vzájemný pohyb není tedy rovnoměrnou translací. Jsou-li na př. hodiny H v klidu vůči inerciální soustavě S , pak soustava S' , která se pohybuje s hodinami H' , vůči které jsou tudíž tyto hodiny v klidu, není inerciální, neboť rychlost její vůči soustavě S se mění; byla s počátku, kdy oboje hodiny byly vůči sobě v klidu, rovna nule, pak vzrostla na v , po nějaké době klesla na nulu, pak změnila směr a na konec klesla zase na nulu. Dosavadní úvahy nemohou nám tedy říci, co v tomto případě nastane. Doplníme je v druhé části této knížky, až rozšíříme své úvahy i na soustavy neinerciální. Zatím budiž řečeno toto. Je-li soustava S spojená s hodinami H inerciální, pak po skončení po-

kusu jdou hodiny H' skutečně později než hodiny H ; k tomu výsledku se dojde, ať se pokládají za klidné hodiny H nebo H' . Je-li inerciální soustava S' spojená s hodinami H' — soustava S spojená s hodinami H pak inerciální není — jdou na konec hodiny H později než H' ; není-li inerciální ani soustava S ani S' , nelze předem říci, jak pokus skončí; není vyloučeno, že na konec jdou oboje hodiny zase stejně.

13. Jiné důsledky speciální teorie relativity.

Ostatní důsledky speciální teorie relativity probereme již jen stručně hlavně se zřetelem k otázce, zdali se tato teorie ukázala správnou. První námitky proti ní činěné hledaly logické spory v některých jejích větách, především v těch, které se vztahují k měření času a délek; právě uvedené hodinové paradoxon k nim patří. Ale snahy vyvrátiti takto Einsteinovu teorii jsou marné, neboť ony věty obsahují v podstatě jen slovné interpretace výsledků plynoucích z Lorentzovy transformace jistými matematickými operacemi. Ostatně také v poslední době utuchly.

Jinak je tomu s otázkou, je-li Einsteinova teorie správná, ovšem správná v tom smyslu, jak tomu rozumí fyzika a přírodní vědy vůbec. Přírodu musíme bráti tak, jak je, a nemůžeme jí předpisovati, jaká býti má; souhlas se zkušeností je tedy první podmínka, kterou každá teorie přírodních dějů musí splniti, máme-li ji uznati za správnou. Po té stránce bylo by snad nejlépe, kdyby se podařilo dokázati přímým měřením to, co se nám zdá u Einsteinovy teorie nejparadoxnějším, tedy na př., že se měřítko pohybem vůči pozorovateli zkracují, nebo že se časový průběh dějů fyzikálních stává pomalejším atd. Uvážíme-li však, že se délka metrového měřítka, jež se vůči pozorovateli pohybuje velikou rychlostí 108 km za hod., zkrátí jen asi o 5 biliontin mm , a že se při této rychlosti doba děje trávajícího hodinu prodlouží asi o 18 biliontin sekundy, vidíme, že naděje na přímé potvrzení těchto výsledků není. Ostatně i jinde je tomu tak. Slyšíme, že naše země váží 6 tisíc trilionů tun, že hmota Jupiterova je 310-krát větší, hmota slunce dokonce 330.000-krát, a nepochybujeme o správnosti těchto čísel, jež nikdy nepotvrdíme přímým vážením. Plynou však z teorie, která je logicky ucelená a jejíž výsledky všude, kde přímé potvrzení je možné, s pozorováním souhlasí, a to nám úplně nahradí verifikaci výsledků ostatních. Podí-

vejme se tedy, jak obstála v této zkoušce speciální teorie relativity.

V optice a elektrodynamice byla věc jednoduchá. Na této půdě Einsteinova teorie vyrostla, vždyť transformace Galileiho musila ustoupiti transformaci Lorentzově proto, že nebylo jinak možné uvéstí v souhlas rovnice Maxwell-Lorentzovy s principem relativity. Spolu s těmito rovnicemi vede speciální teorie relativity k výkladu optických a elektromagnetických dějů, který je v úplném souhlasu se vším, co o nich víme, a nehledíme-li k Lorentzově teorii v poslední její fázi, která vlastně připravovala teorii Einsteinově cestu, nemáme jiné teorie, která by ovládala celý tento obor. Není jiné teorie, která vykládá zároveň aberaci světelnou, částečné strhování světla a Michelsonův pokus. Opustiti teorii Einsteinovu znamená vzdáti se buď platnosti principu relativity pro celou fyziku, nebo rovnic Maxwell-Lorentzových; ani k jednomu, ani k druhému se dnešní fyzika neodhodlá.

Jinak je tomu v mechanice. Rovnice mechaniky v tom tvaru, který jim dal Newton, vyhovují principu relativity jen tehdy, pokládáme-li za správnou transformaci Galileiho. Teorie relativity, jež zavádí transformaci Lorentzovu místo Galileiho, musí tedy rovnice Newtonovy mechaniky nahraditi jinými, které by byly invariantní vůči transformaci Lorentzově; jinak by princip relativity nebyl v mechanice splněn. A tak došlo v teorii relativity k změně rovnic Newtonovy mechaniky, čili, jak dnes ji nazýváme, mechaniky klasické, jež byla svého času pokládána za nevyvratitelný základ celé fyziky.

Ovšem rovnice klasické mechaniky byly nahromaděnou zkušeností mnoha generací tak potvrzeny, že mohlo jíti o změny, jež by měly vliv jen v případech zcela výjimečných. Které to případy jsou, ukazuje srovnání transformace Galileiho s Lorentzovou; bylo již řečeno, že se obě transformace liší velmi málo pro rychlosti, které jsou nepatrné vedle rychlosti světla ve vakuu. To lze říci o rychlostech všech pohybů, které se v mechanice a v astronomii vyskytují a pro něž rovnice klasické mechaniky byly potvrzeny; dalo se tedy souditi, že rovnice klasické mechaniky pro ně platí, pozorovatelné odchylky od nich nastávají teprve při rychlostech, jež se dají porovnatí s rychlostí světelnou. A tak stála speciální teorie relativity před úlohou naléztí nové rovnice mechaniky, které by byly invariantní vůči Lorentzově transformaci a které by

pro rychlosti malé vedle rychlosti světelné přešly v rovnice mechaniky klasické. I to se podařilo; první kroky v tom směru učinil Einstein již v první své práci z r. 1905.

Nejcharakterističtější rozdíl mezi novou a starou teorií záleží v tom, že v nové teorii jsou v zásadě všechny fyzikální veličiny relativní. Při přechodu k nové soustavě souřadné transformují se nejen souřadnice a čas, ale i hmota, energie, teplota, intensita elektrického proudu, zkrátka vše, co se dá měřiti. Jak se transformují souřadnice a čas, již víme, transformační výrazy pro ostatní veličiny nutno stanovit; ty plynou z podmínky, že rovnice vyjadřující fyzikální zákony musí mít ve všech inerciálních soustavách souřadných též tvar. Při tom se ovšem může ukázat, že některé veličiny mají hodnoty nezávislé na volbě soustavy souřadné, jsou tedy absolutní, ovšem jen ve speciální teorii relativnosti; k těmto t. zv. invariantům Lorentzovy transformace patří na př. elektrický náboj. Hodnota jeho je nezávislá na rychlosti vůči pozorovateli a jeho přístrojům, pokud se měření vztahují na některou inerciální soustavu souřadnou. Jiný takový invariant utvořený ze souřadnic a času poznáme v následujícím odstavci.

Relativní je v Einsteinově teorii především hmota tělesa. Jak asi ta závisí na rychlosti tělesa vůči pozorovateli, možno usouditi takto. Bylo již řečeno, že podle druhého pohybového zákona Newtonova je součin z hmoty tělesa m a jeho urychlení a roven síle F na těleso působící, tedy $ma = F$. Tělesem rozumíme tu vlastně hmotný bod. Newton ostatně formuloval tento zákon obecněji; praví, že síla účinkující na těleso je rovna změně jeho hybnosti. Hybností tělesa nazývá Newton součin z jeho hmoty m a rychlosti v ; změna hybnosti je přírůstek její za jednotku časovou, tedy na př. za jednu sekundu. Představme si, že by na těleso, které bylo s počátku v klidu, počala najednou působiti síla F stálé velikosti i směru. Těleso se dá do pohybu ve směru síly; poněvadž podle předpokladu je síla pořád stejná, přibývá jeho hybnosti mv za každou sekundu stejně. Mechanika Newtonova pokládá hmotu tělesa m za konstantu, jež se nezmění, pokud se nezmění těleso samo, takže vzrůst hybnosti připadá jen na vrub vzrůstu rychlosti, které tudíž přibývá v každé sekundě také stejně. Přírůstek rychlosti za sekundu nazývá se urychlením, označíme je a . Pak je Newtonova změna hybnosti dána součinem ma a druhý pohybový zákon možno vysloviti také tak, že $ma = F$, jak již bylo uvedeno.

Poněvadž přírůstek rychlosti je v každé sekundě stejný, stoupá rychlost tělesa účinkem stálé síly F neustále; byla-li s počátku, kdy pohyb začal, rovna nule, rovná se ke konci první sekundy a , ke konci druhé sekundy $2a$, ke konci třetí $3a$ atd., patrně mohla by nabýti hodnot libovolně velikých, kdyby síla F účinkovala dosti dlouhou dobu. Ale to není podle teorie relativnosti možno; rychlost tělesa vůči inerciální soustavě souřadné nesmí podle ní překročiti mezní rychlost c . Nutno tedy předešlé vývody v něčem změnit. Nová mechanika formuluje druhý pohybový zákon stejně; i v ní je síla rovna přírůstku hybnosti tělesa za jednotku časovou a hybnost je zase dána součinem mv . Ale hmota tělesa není již stálá, nýbrž závisí na jeho rychlosti vůči pozorovateli; roste s ní. Působí-li pak na těleso, které bylo s počátku v klidu, síla F neproměnného směru i velikosti, přibývá sice hybnosti zase stejně v každé sekundě, ale nyní se stoupající rychlostí roste i hmota. Aby se tedy součin mv zvětšil za každou sekundu o F , musí rychlost v stoupati pomaleji než by stoupala, kdyby se hmota m neměnila. Teorie ukazuje, že m roste tím prudčeji, čím více se blíží rychlost tělesa mezní hodnotě c , ke konci stoupá hmota tak rychle, že skoro celý vzrůst hybnosti připadá na její vrub, rychlost v se skoro nemění a hodnoty c nikdy nedosáhne.

Pro závislost hmoty m na rychlosti v vůči pozorovateli a soustavě souřadné, k níž se měření vztahují, plyne z Einsteinovy teorie výraz

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

kdež m_0 je konstanta, která se patrně rovná hmotě tělesa m pro $v = 0$, když tedy těleso je v klidu vůči pozorovateli; proto se také nazývá hmota klidová. Pro ty rychlosti v , které jsou malé vedle c , je zvětšení hmoty m způsobené pohybem nepatrné; hmota železničního vozu, který váží 20 tun a jede rychlostí 30 m za sekundu, zvětší se tímto pohybem jen o 1 desettisícinu miligramu. Blíží-li se však v k c , roste m velmi rychle a pro $v = c$ byla by hmota každého tělesa, i nejmenšího prášku, nekonečně velká; vyžadovalo by ovšem také nekonečně velké síly uvést takový prášek do pohybu, jehož rychlost by byla rovna c .

Pro teorii relativnosti je důležité, že známe tělesa, která

se pohybují rychlostmi blízkými rychlosti c ; jsou to nesmírně malé částice vysílané radioaktivními látkami a nabitě zápornou elektřinou; z nich se skládá t. zv. záření β těchto látek. Tytéž částice byly nalezeny již dříve ve zředěných plynech, v t. zv. katodovém záření. Některé látky radioaktivní, na př. RaC , vymršťují částice β tak prudce, že jejich rychlosti jsou jen o 2 proc. menší než rychlost c . Byla měřena jejich hmota; ukázalo se, že roste skutečně s rychlostí podle zákona, který plyne z teorie relativity. Jiné velmi přesné potvrzení tohoto zákona podává Sommerfeldova teorie struktury spektrálních čar ve spektru vodíku, ionisovaného helia a ve spektrech parasků Roentgenových.

Ale teorie relativity přinesla ještě hlubší změnu našich názorů na hmotu; uvedla hmotu v souvislost s energií. Einstein již r. 1905 a později r. 1911 obecněji Lorentz ukázali, že podle teorie relativity je každé zvýšení energie tělesa nebo systému těles spojeno se zvýšením jeho hmoty; stoupne-li energie tělesa o E , stoupne jeho hmota o E/c^2 . Při tom je jedno, o jaký druh energie běží. Když tedy na př. zahřejeme těleso, zvýší se jeho energie tepelná, podle teorie relativity stoupne i jeho hmota; dějí-li se v nějakém systému těles chemické změny, mění se jeho energie chemická a tím i jeho hmota. Faktor c^2 ve výrazu E/c^2 udávajícím zvýšení hmoty způsobené zvýšením energie dává ovšem tušiti, že změny energie, jež můžeme svými prostředky provést, způsobí nesmírně malé změny hmoty. Možno vypočísti, že se na př. zahřátím 1 kg vody z 0° na $100^\circ C$ zvýší hmota vody jen o 5 miliontin miligramu; i mohutné změny energetické vznikající při radioaktivních transformacích jsou spojeny s tak malými změnami hmoty, že se přímým vážením dokázati nedají.

Einstein učinil nyní další krok. Víme, že každé těleso obsahuje jisté množství energie; je to energie tepelná, kterou možno získávati ochlazováním tělesa, energie chemická, která se uvolňuje při chemických reakcích atd. Ale radioaktivní děje nás poučily, že všechny tyto druhy energie, které umíme do jisté míry ovládati, jsou nesmírně nepatrné vedle energie, která je uvnitř jednotlivých atomů a která se aspoň z části projevuje při radioaktivních transformacích. Tuto energii neumíme dosud uvolnit a podrobiti svým potřebám. Je-li však podle teorie relativity každé zvýšení energie o E spojeno se zvýšením jeho hmoty o E/c^2 , je na snadě myšlenka, že vlastně celá hmota tělesa není nic jiného než energie nakupená v obrov-

ském množství na jednom místě. Zhuštěním energie E v nějakém místě vznikne podle předešlého hmota $m = E/c^2$, naopak můžeme také říci, že každá hmota m je vlastně silně zhuštěná energie velikosti $E = mc^2$. Toto číslo je obrovské; energie obsažená v 1 gramu hmoty byla by podle toho rovna asi 9 bilionům kilogrammetrů; kdybychom ji uměli úplně proměnit v mechanickou práci, mohli bychom jí zvednouti hmotu 9 miliard tun do výšky jednoho metru. Bohužel, nepraví teorie relativity nic o tom, jak by se tato změna hmoty v práci dala provést, ani, je-li vůbec možná.

Podle toho jsou tedy energie a hmota pojmy identické; hmota je jen obrovské množství energie nakupené v jednom místě. Že nepíšeme přímo $E = m$, souvisí jen s volbou jednotek pro délku a čas; kdybychom je zvolili tak, aby bylo $c = 1$ — nastalo by to, kdyby na př. jednotkou délky byl 1 km, jednotkou času 1/300.000 sek. — bylo by přímo $E = m$. Tak spojuje teorie relativity dva velké principy fyziky, princip zachování hmoty a princip zachování práce, v princip jediný. Představme si systém těles, který je od těles ostatních úplně izolován. Dějí-li se v něm jakékoli změny, pak se podle teorie klasické nemění při nich ani hmota ani energie systému; podle teorie relativity stačí říci, že energie systému zůstává stejná.

Vše to není ostatně tak docela nové a bylo to vývojem fyzikálních teorií v posledních letech připravováno. Bylo již dříve známo, že se tělesa elektricky nabíjí, na př. částice katodové nebo částice β , při pohybu chovají tak, jako kdyby jejich hmota s rychlostí rostla. Mluvílo se ovšem tehdy o hmotě zdánlivé nebo elektromagnetické, takže taková nabitá částice pohybující se s velikou rychlostí měla míti vedle hmoty skutečné, která na její rychlosti nezávisela, ještě hmotu zdánlivou, původu elektromagnetického, která s rychlostí rostla. Lorentz odvodil za předpokladu, že při pohybu částice nastává známá kontrakce, pro závislost této zdánlivé hmoty na rychlosti též výraz jako je svrchu uvedený. Měření vykonaná na částicích katodových i na částicích β ukázala, že se jejich skutečná hmota rovná nule; částice by tedy měly míti jen hmotu zdánlivou, měly by to býti náboje, které nejsou vázány na žádnou skutečnou hmotu. V teorii relativity platí onen vzorec pro k a z d o u hmotu bez rozdílu; rozdíl mezi hmotou zdánlivou a skutečnou tím mizí. Do rámce dnešních představ o složení

atomů, podle nichž se atomy skládají z kladných a záporných nábojů, zapadají tyto názory velmi dobře.

Také to, že energii nutno v některých případech připisovati hmotu, nebo raději setrvačnost jako hmotě, bylo známo již dříve z teorie tepelného záření. Toto záleží stejně jako záření světelné v elektromagnetickém vlnění, jež se šíří prostorem vzduchoprázdným podle týchž zákonů jako světlo. Představuje tedy tepelné záření proud elektromagnetické energie; tento proud dopadá na tělesa působí na ně tlakem asi tak jako proud vodní nebo vzduchový. Tlak záření je ovšem značně menší a jen velmi citlivým zařízením podařilo se jej dokázati. Předpověděl jej již Maxwell z elektromagnetické teorie světla, vypočetl také jeho velikost; je právě taková, jako kdyby záření energie E mělo hmotu E/c^2 . Jiný případ, z něhož se také již před Einsteinovou teorií soudilo, že elektromagnetická energie má hmotu, je tento. Úplně vyčerpaná nádoba, v níž tedy není žádné hmoty, je při každé teplotě vyplněna tepelným zářením, takže obsahuje elektromagnetickou energii. Z elektromagnetické teorie světla pak plyne, že se tento prázdňý prostor vyplněný jen energií velikosti E chová při pohybu zcela tak, jako kdyby obsahoval hmotu E/c^2 .

A tak můžeme říci, že Einsteinova teorie vyvrcholuje a zakončuje jeden směr teoretického badání ve fyzice v posledních desítkách. A v tom je asi největší její význam.

14. Minkowskiho prostor-čas.

Jedno je jisté; tato nová teorie je početně mnohem složitější než teorie starší; je to viděti již ze srovnání transformace Lorentzovy s transformací Galileiho a ukazuje to i tento příklad. Představme si, že se dvě inerciální soustavy souřadné S a S' pohybují vůči sobě rychlostí v a tak, jak je naznačeno na obr. 6. Někaké těleso nebo nějaký rozruch fyzikální nechť postupuje podél osy OX ve směru rostoucích x rychlostí u vzhledem k soustavě S . Pak podle teorie starší je jeho rychlost vůči soustavě S' , jak se dá snadno dokázati z Galileiho transformace (viz pozn. na str. 44.), $u' = u - v$. Podle teorie relativnosti je však

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}},$$

což je vzorec značně složitější.*) Ale musíme jej pokládati za správný a první výraz pro u' jen za přibližně platný a to tehdy, jsou-li rychlosti u a v malé proti c ; v tom případě totiž, jak je přímo viděti, oba vzorce skoro splynou. Z přesného vzorce pro u' plyne mimo jiné Fresnelův výraz pro částečné strhování světla pohybující se hmotou, který, jak již řečeno, byl měřením úplně potvrzen. I okolnost, že v Einsteinově teorii jsou zásadně všechny veličiny fyzikální relativní a že se při transformaci soustavy transformuje vše, co je v rovnicích obsaženo, nese s sebou značnou početní komplikaci. Není tedy divu, že pokrok Einsteinovy teorie byl s počátku dosti pomalý.

To se změnilo, když r. 1908 našel Minkowski jednoduchý geometrický obraz pro Lorentzovu transformaci. Vyložíme jeho základní myšlenku. Každý fyzikální děj můžeme si mysliti rozložen na řadu událostí, jež trvají vždy velmi krátkou dobu, skoro okamžik, a probíhají v jediném bodě. Tyto bodové a okamžité události jsou jakési prvky daného děje a každá taková událost je stanovena, jak ostatně již bylo vyloženo, čtyřmi souřadnicemi, x, y, z, t ; první tři, souřadnice prostorové, určují její polohu, čtvrtá, souřadnice časová, její čas.

Zvolme si dvě bodové a okamžité události; souřadnice jejich v soustavě S nechť jsou x_1, y_1, z_1, t_1 a x_2, y_2, z_2, t_2 , v soustavě S' pak x'_1, y'_1, z'_1, t'_1 a x'_2, y'_2, z'_2, t'_2 . Podle Lorentzovy transformace (rovnice 17 na str. 61.) je

$$x_1 = k(x'_1 + vt'_1) \quad y_1 = y'_1 \quad z_1 = z'_1 \quad t_1 = k\left(t'_1 + \frac{v}{c^2}x'_1\right)$$

$$\text{a} \quad x_2 = k(x'_2 + vt'_2) \quad y_2 = y'_2 \quad z_2 = z'_2 \quad t_2 = k\left(t'_2 + \frac{v}{c^2}x'_2\right).$$

*) Odvodí se takto. Je

$$u = \frac{dx}{dt} \quad u' = \frac{dx'}{dt'}.$$

Z první a poslední rovnice (16), jež znějí,

$$x' = k(x - vt) \quad t' = k\left(t - \frac{v}{c^2}x\right),$$

plyne nejdříve

$$dx' = k(dx - vdt) \quad dt' = k\left(dt - \frac{v}{c^2}dx\right)$$

a dělením těchto dvou rovnic dostaneme ihned vzorec v textu.

kdež

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Jednoduchým počtem, který nebudeme reprodukovat, dá se z těchto rovnic odvodit vztah

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 - c^2(t_1 - t_2)^2 = (x'_1 - x'_2)^2 + (y'_1 - y'_2)^2 + (z'_1 - z'_2)^2 - c^2(t'_1 - t'_2)^2.$$

Kdežto se tedy souřadnice události změní, přejdeme-li od jedné inerciální soustavy k jiné, je hodnota výrazu

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 - c^2(t_1 - t_2)^2 \quad (18)$$

z nich utvořeného v obou soustavách táž a nezávisí na volbě soustavy souřadné; tento výraz nemění ani tvar ani velikost, provedeme-li v něm Lorentzovu transformaci, je to její invariant. A naopak dá se dokázat, že každá (lineární) transformace, při které je výraz (18) invariantní a která vyhovuje principu relativnosti, je transformací Lorentzovou.

Pro tento invariant našel Minkowski geometrický obraz. Nejdříve si jej poněkud zjednodušíme. Poněvadž místa i časy obou událostí můžeme si zvolit libovolně, položíme $x_2 = 0$, $y_2 = 0$, $z_2 = 0$, $t_2 = 0$, t. j. předpokládáme, že se druhá událost sběhla v počátku soustavy a v čase $t = 0$. Píšeme-li ještě x, y, z, t místo x_1, y_1, z_1, t_1 , přejde výraz (18) v

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 \quad (19)$$

a platí vztah

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2,$$

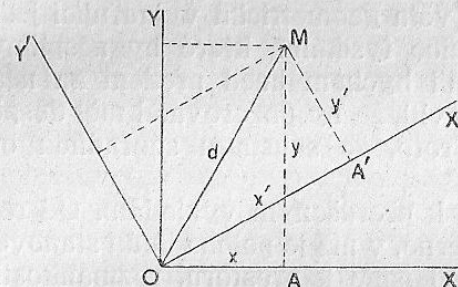
který se dá ostatně odvodit i přímo z rovnic (16) nebo (17) vyjadřujících Lorentzovu transformaci. Obecnost dalších úvah nebude tím nijak zkrácena.

Představme si rovinu a v ní nějaký bod M . V pravoúhlé soustavě souřadné OXY je jeho poloha dána souřadnicemi $x = OA$, $y = MA$ (obr. 7). Vzdálenost jeho od počátku soustavy je MO ; označíme ji d . Z pravoúhlého trojúhelníka OMA plyne podle věty Pytagoreovy ihned $d^2 = x^2 + y^2$. Otočme nyní soustavu souřadnou OXY jako tuhý celek kolem počátku O ; osa OX přejde tím v OX' , osa OY v OY' ; nová soustava souřadná $OX'Y'$ je zase pravoúhlá. Bod M má v ní souřadnice

$x' = OA'$, $y' = MA'$. Vzdálenost jeho od počátku nové soustavy se patrně nezmění, neboť počátek je též co dříve, a z pravoúhlého trojúhelníka OMA' plyne zase $d^2 = x'^2 + y'^2$. Je tedy

$$x^2 + y^2 = x'^2 + y'^2;$$

výraz $x^2 + y^2$ se nezmění, když se soustava souřadná otočí jako tuhý celek (aby zůstala pravoúhlou) kolem svého počátku. Takové otočení souřadných os je také jakási transformace soustavy souřadné; výraz $x^2 + y^2$ je její invariant. V prostoru je poloha bodu M stanovena třemi pravoúhlými



Obr. 7.

souřadnicemi x, y, z a čtverec jeho vzdálenosti od počátku soustavy je $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$. Otočíme-li soustavu souřadnou, ke které se vztahují souřadnice x, y, z , zase jako tuhý celek kolem počátku O , dostane bod M jiné souřadnice x', y', z' , ale vzdálenost jeho od počátku soustavy se zase nezmění. Je tedy opět $d^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$ a

$$x^2 + y^2 + z^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2;$$

nyní je invariantní výraz $x^2 + y^2 + z^2$. Naopak se dá dokázat, že každá transformace pravoúhlých os, při níž je invariantní výraz $x^2 + y^2$, jde-li o osy v rovině, nebo výraz $x^2 + y^2 + z^2$, jde-li o osy v prostoru, značí, že se soustava souřadná otočila jako tuhý celek kolem počátku.

Sem vsuneme poznámku. Otočení os souřadných kolem počátku nazýváme transformací stejně, jako jsme nazývali přechod od jedné soustavy souřadné k druhé, která se vůči první pohybuje. Ale první transformace má význam jen geometrický; soustava původní a soustava nová jsou tu vůči sobě v klidu a kinematicky ani fyzikálně není mezi nimi rozdíl. Dva pozorovatelé, z nichž jeden vztahuje svá měření k soustavě původní, druhý k soustavě nové, jsou vůči sobě v klidu

a mohou čísti čas na týchž hodinách, měřiti délky týmiž měřítky, takže není nejmenší pochybnosti, že oba dostanou stejné výsledky. Soustava souřadná je jen jakési pomocné lešení pro matematické výpočty; proto jsou všechny soustavy souřadné, které jsou vůči sobě v klidu a které přejdou jedna v druhou pouhým otočením os nebo přeložením počátku, v podstatě tytéž a celou tuto skupinu soustav jsme vlastně již pokládali a budeme i nadále pokládati za soustavu jedinou. S tím souvisí dále, že transformace, jež záleží v otočení souřadné soustavy kolem počátku, nesmí mít vlivu na tvar fyzikálních rovnic. To je zase jen věta geometrická vyjadřující jednu z vlastností prostoru. Rovnice fyzikální, které by nesplňovaly tuto podmínku, prohlásili bychom hned předem za nesprávné, neboť nelze si představit, že by pozorovatel měl dospět k jiným výsledkům jen proto, že soustavu souřadnou otočil nebo posunul.

Vraťme se k přerušeným výkladům. Od roviny, rozmanitosti dvojrozměrné, v níž je poloha bodu stanovena dvěma souřadnicemi, přešli jsme k prostoru, rozmanitosti trojrozměrné, v níž k určení polohy bodu je třeba tří souřadnic, od něho přejdeme nyní k rozmanitosti čtyřrozměrné, ve které je poloha bodu dána čtyřmi údaji. Zde nás ovšem opouští názor; prostor, který by měl více rozměrů než tři (výšku, šířku a délku), nedovedeme si představit. To však nevadí, oč nám zde běží, je jen to, abychom měli pro jisté matematické výrazy vhodné názvy. V této čtyřrozměrné rozmanitosti myslíme pravoúhlou soustavu souřadnou $OXYZU$, jejíž osy OX , OY , OZ , OU tedy stojí k sobě navzájem kolmo; poloha libovolného bodu M je v ní dána čtyřmi souřadnicemi x , y , z , u . Čtverec vzdálenosti tohoto bodu od počátku soustavy O definujeme rovnicí

$$d^2 = x^2 + y^2 + z^2 + u^2,$$

jež je přirozeným rozšířením analogických rovnic pro rovinu a pro prostor. Přejdeme-li k jiné pravoúhlé soustavě souřadné, změni se souřadnice bodu M v x' , y' , z' , u' a čtverec jeho vzdálenosti od počátku této nové soustavy je roven

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 + u'^2.$$

Je-li týž co dříve, je-li tedy splněna rovnice

$$x^2 + y^2 + z^2 + u^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 + u'^2,$$

řekneme, že nová soustava souřadná vznikla z původní otočením kolem počátku O .

Při této transformaci je tedy invariantní výraz

$$x^2 + y^2 + z^2 + u^2, \quad (20)$$

ten se liší od výrazu (19), který je invariantní při transformaci Lorentzově, jen čtvrtým členem. Aby oba výrazy splynuly, zavádí Minkowski místo souřadnice t jinou souřadnici u vztahem

$$u^2 = -c^2 t^2.$$

Pak jsou výrazy (19) a (20) identické a transformaci Lorentzovu možno pokládati za otočení čtyřrozměrné pravoúhlé soustavy souřadné $OXYZU$ kolem počátku O . Podmínka, že se rovnice vyjadřující zákony fyziky nesmí změnit, provedeme-li v nich Lorentzovu transformaci, dá se podle toho vysloviti i tak, že tvar těchto rovnic musí zůstatí týž, otočí-li se soustava $OXYZU$ jako tuhý celek kolem svého počátku O . Podmínka dávno známá pro trojrozměrnou soustavu souřadnou $OXYZ$ je tím rozšířena na soustavu čtyřrozměrnou $OXYZU$; je v ní ostatně i obsažena, neboť otočení trojrozměrné soustavy $OXYZ$ kolem počátku O možno pokládati za speciální případ otočení soustavy čtyřrozměrné $OXYZU$, když totiž osou otáčecí je osa OU . Podobně je otočení dvojrozměrné soustavy OXY kolem počátku O identické s otočením soustavy trojrozměrné $OXYZ$ kolem osy OZ . Matematické úvahy se tímto obrazem Minkowského značně zjednodušují, neboť kriteria, podle nichž poznáme, že tvar daných rovnic se nezmění otočením soustavy trojrozměrné, známe; jsou obsažena v tak zv. počtu vektorovém a tensorovém. Nebylo tedy třeba více než jej rozšířiti na rozmanitost čtyřrozměrnou, abychom dostali kriteria pro invarianci vzhledem k transformaci Lorentzově. Jiné zjednodušení záleží v tom, že výraz (20) je symetrický vzhledem ke všem čtyřem souřadnicím. To se přenáší i na fyzikální rovnice, které v těchto souřadnicích mají tvar souměrnější a průhlednější než rovnice fyziky klasické, v nichž čtvrtá souřadnice, t , má postavení zvláštní.

Tuto čtyřrozměrnou rozmanitost nazval Minkowski prostor-čas nebo svět. Každé bodové a okamžité události stanovené souřadnicemi x , y , z , u odpovídá v ní bod a všechno dění přírodní lze tím zobraziti v Minkowského světě. Tak na př. obrazem bodového děje, jenž trvá delší dobu, ale nemění svou polohu vzhledem k zvolené prostorové soustavě souřadné S , je řada světových bodů, jejichž první tři souřadnice, x , y , z , mají hodnoty stálé, mění se jen čtvrtá sou-

řadnice, u . Tyto body leží na přímce rovnoběžné s osou časovou OU ; ta přímka zobrazuje tedy na př. historii hmotného bodu po tu dobu, pokud je tento v klidu vůči soustavě S . Přejdeme nyní k jiné inerciální soustavě S' ; vůči ní se onen hmotný bod pohybuje rovnoměrně a přímočaře. V Minkowského prostoru-času odpovídá tomuto přechodu otočení světové soustavy souřadné $OXYZU$ kolem jejího počátku O . Historii hmotného bodu zobrazuje táž světová přímka jako dříve, ale ta již není rovnoběžná s časovou osou. Obrazem rovnoměrného a přímočarého pohybu je tedy v Minkowského světě přímka, k časové ose skloněná. Pohybuje-li se hmotný bod vůči prostorové soustavě S zcela libovolně, je obrazem jeho pohybu křivka.

Souřadnice u definovaná rovnicí $u^2 = -c^2 t^2$ je ovšem imaginární, neboť není reálného čísla, jehož čtverec by byl záporný. Je $u = ict$, kdež $i = \sqrt{-1}$ je imaginární jednotka. Není nutno vidět v tom nic více než matematický obrat, jehož jediným účelem je, aby výraz (19) přešel ve výraz (20), který jsme dostali zobecněním vzorců udávajících čtverec vzdálenosti daného bodu od počátku soustavy souřadné v rovině nebo v obyčejném prostoru. Ty vzorce plynou ze zákonů obyčejné geometrie, která se po svém zakladateli nazývá Euklidovou; substituce $u = ict$ zavádí tedy do čtyřrozměrného Minkowského prostoru-času geometrii, která je geometrii euklidovské velmi blízká. Úplně identická s ní není; to souvisí právě s tím, že čtvrtá souřadnice je imaginární; proto také na př. dva prostoro-časové body, jejichž vzájemná vzdálenost se rovná nule, nemusí splynouti.

Ale můžeme se imaginárním veličinám vyhnouti, chceme-li; musíme pak ovšem do prostoru-času zavést geometrii, která se značně liší od geometrie euklidovské. Můžeme totiž prohlásit přímo souřadnice x, y, z, t za prostoro-časové souřadnice bodu zobrazujícího ve čtyřrozměrné soustavě $OXYZT$ bodový a okamžitý děj, který se sběhl v místě, jehož prostorové souřadnice jsou x, y, z , a v čase t . Jako čtverec vzdálenosti d tohoto bodu od počátku soustavy definujeme pak výraz (19), takže je

$$d^2 = x^2 + y^2 + z^2 - ct^2.$$

Tento výraz je invariantem Lorentzovy transformace; můžeme tedy zase říci, že se touto transformací vzdálenost prostoro-časového bodu od počátku soustavy souřadné ne-

mění, takže lze ji zase pokládati za otočení soustavy kolem počátku. Ale tyto názvy mají nyní zcela jiný význam než dříve, neboť novou definicí čtverce vzdálenosti d zavedli jsme do prostoru-času nové měření délek, úplně rozdílné od dřívějšího i od euklidovského. Je však v zásadě jedno, kterého z obou uvedených obrazů chceme užívat.

Obecnější výraz

$$s^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 - c^2 (t_1 - t_2)^2$$

anebo, zavedeme-li místo t imaginární souřadnici u ,

$$s^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 + (u_1 - u_2)^2,$$

je také, jak vyloženo, invariantem Lorentzovy transformace. Rovná se čtverci vzdálenosti dvou prostoro-časových bodů, jejichž souřadnice jsou x_1, y_1, z_1, t_1 a x_2, y_2, z_2, t_2 , nebo x_1, y_1, z_1, u_1 a x_2, y_2, z_2, u_2 . Jsou-li obě události zobrazené těmito body současné, je $t_1 = t_2$ a $u_1 = u_2$, takže

$$s^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2,$$

což je čtverec prostorové vzdálenosti obou míst, v nichž se ony události sběhly; vzdálenost prostoro-časová přejde ve vzdálenost prostorovou. Jsou-li obě události souměstné, t. j. je-li $x_1 = x_2, y_1 = y_2, z_1 = z_2$, je

$$s^2 = -c^2 (t_1 - t_2)^2 = (u_1 - u_2)^2,$$

čili

$$-s^2 = c^2 (t_1 - t_2)^2,$$

$-s^2$ je tedy rovno čtverci c -násobné časové vzdálenosti obou událostí. V prvním případě stanoví se s měřítkem, v případě druhém hodinami. Obecně, nejde-li o události současné nebo souměstné, je třeba k stanovení s měřítek i hodin. Dá se však dokázat toto. Je-li s^2 kladné, s samo tedy reálné, možno přejíti od původní inerciální soustavy (prostorové) S , v níž obě události nejsou současné, k jiné soustavě inerciální S' , v níž tyto události současné jsou. V ní je tedy $t'_1 = t'_2$ a $u'_1 = u'_2$, takže

$$s^2 = (x'_1 - x'_2)^2 + (y'_1 - y'_2)^2 + (z'_1 - z'_2)^2$$

je jednoduše čtverec prostorové vzdálenosti míst obou událostí v soustavě S' ; stanoví se měřítkem. Je-li s^2 záporné, čili s imaginární, možno si zase zvoliti takovou inerciální soustavu souřadnou S' , že v ní obě události jsou souměstné, t. j. je $x'_1 = x'_2, y'_1 = y'_2, z'_1 = z'_2$ a

$$s^2 = -c^2 (t'_1 - t'_2)^2;$$

hodnotu s možno pak určití hodinami.

Spojení prostoru a času v prostor-čas je ve speciální teorii relativnosti rázu spíše formálního; usnadní se tím matematické výpočty. Teprve v obecné teorii ukázal se plný význam této geniální myšlenky Minkowského; jak sám Einstein praví, bez ní uvázla by asi obecná teorie relativnosti v plénkách. V této teorii teprve se vlastně splnila slova, jimiž Minkowski doprovázel svůj obraz transformace Lorentzovy: »Od této chvíle má prostor pro sebe i čas pro sebe úplně klesnouti mezi stíny a jen jistý druh svazku obou má si zachovati samostatnost.«

K této teorii nyní přejdeme.

II. OBECNÁ TEORIE RELATIVNOSTI.

15. Postulát obecné relativnosti pohybu.

Teorie relativnosti svrchu vyložená nazývá se speciální, poněvadž se vztahuje jen k inerciálním soustavám souřadným a k rovnoměrným a přímočarým pohybům. Čeho jsme tedy zatím dosáhli, je jen tolik, že relativnost pohybu v těch mezích, které tomuto pojmu vykazala Newtonova mechanika, je nyní rozšířena na celou fysiku.

Že jsme zůstali při pohybech rovnoměrných a přímočarých, nestalo se ovšem bez důvodu. Již Galilei ve svém příkladě s jedoucí lodí (str. 20.) praví výslovně, že jen tehdy nepoznáme, pluje-li loď či stojí, když je její pohyb rovnoměrný a děje se bez kolísání. Stejnou zkušenost učinil zajisté každý při jízdě vlakem. Představa, že se vlak nehýbá, zatím co okolní krajina ubíhá dozadu, trvá jen po tu dobu, co vlak jede stálou rychlostí a po přímých kolejích; zmizí však ihned, když strojvůdce náhle zabrzdí, neboť v tom okamžiku dostane vše, co ve vlaku je, náraz ve směru jízdy. Podobný náraz, ale opačného směru, ucítíme, když se vlak, který stál, náhlým trhnutím rozjede. Každá odchylka od rovnoměrného pohybu vlaku prozradí se tedy pozorovateli, jenž jede s sebou a vztahuje svá měření k stěnám vozu, silami, které trvají jen po tu dobu, co pohyb není rovnoměrný, a při náhlých změ-

nách rychlosti se jeví jako nárazy. Z nich a z jejich účinků, tedy z měření konaných úplně uvnitř systému těles, jenž se pohybuje, a bez zřetele k tělesům, která jsou mimo něj, můžeme konstatovati každou úchylku pohybu systémem konaného od rovnoměrnosti; i kdyby okna vozu, v němž sedíme, byla zastřena a rachotu kol nebylo slyšeti, poznáme ihned, kdy se rychlost vlaku mění. Měrou úchylek pohybu od rovnoměrnosti je t. zv. urychlení; kdežto tedy nelze z měření konaných uvnitř nějakého systému těles, který se pohybuje jako celek, stanoviti jeho rychlost, možno z nich určití jeho urychlení a mechanika Newtonova i mechanika speciálního principu relativnosti tvrdí, že se urychlení takto nalezené vztahuje k některé inerciální soustavě souřadné; ke které, je jedno, neboť je vzhledem ke všem těmto soustavám stejné.

Rychlost se mění i tehdy, když jde o pohyb, který je sice rovnoměrný, není však přímočarý, jako je na př. rovnoměrný pohyb v kruhu; nemění se tu velikost rychlosti, za to však její směr. I takový pohyb má tedy urychlení a koná-li jej nějaký systém těles jako celek, vystupují v něm síly podobné těm, o nichž byla řeč svrchu; patří k nim i známá síla odstředivá. Také z těchto sil možno stanoviti urychlení systému; podle mechaniky Newtonovy i mechaniky speciálního principu relativnosti jde tu opět o urychlení vůči některé inerciální soustavě souřadné.

Právě na otáčivých pohybech dá se nejlépe ukázati, k jakým důsledkům vede toto stanovisko dosavadní mechaniky; zvolíme si k tomu otáčivý pohyb, který koná země vzhledem k stálícím. Bylo již řečeno, že soustava souřadná, která je spojena se zemí a otáčí se s ní vůči stálícím, není inerciální; když tedy vztahujeme svá měření k zemi, jeví se nám průběh fysikálních dějů jinak, než kdyby země byla vzhledem k některé inerciální soustavě souřadné v klidu. Pozorujeme nejdříve odstředivou sílu vzniklou otáčivým pohybem země, již vykládáme zploštění země i fakt, že urychlení zemské tíže přibývá ve směru od rovníku k pólům rychleji, než plyne z tvaru země. S touto silou souvisí také to, že váha tělesa pohybujícího se po zemi od západu na východ, tedy ve směru, v němž se země točí, je menší než při pohybu ve směru opačném; rozdíl je ovšem nepatrný, váha člověka jdoucího normální rychlostí změní se jen o několik gramů. Ukazuje se dále, že těleso, které bylo vypuštěno volně, t. j. bez počátečního nárazu, nepadá přesně vertikálně,

t. j. ve směru, který je dán klidně visící olovnicí, nýbrž odchyluje se od vertikály na východ, byť i velmi málo. Známe je také pokus provedený Foucaultem r. 1821 v pařížském Panteonu. Těžká koule zavěšená na drátu asi 70 m dlouhém byla uvedena do kývavého pohybu; ukázalo se, že se rovina, v níž toto kývadlo kývá, zrychluje stáčí od severu na východ, jih a západ.

Všechna tato měření, k nimž by bylo možno připojit ještě mnoho jiných, vykládá dosavadní mechanika tím, že pohyb země vzhledem k inerciálním soustavám souřadným je urychlený; toto urychlení možno z nich vypočísti a z něho zase lze poznati, jak se země vůči oněm soustavám pohybuje. Vychází, že se země vzhledem k inerciálním soustavám souřadným rovnoměrně otáčí stejnou rychlostí a v témž smyslu jako vůči stálícím; právě tato měření vlastně dokazují, že základní inerciální souřadnou soustavou je ta, která je vzhledem k stálícím v klidu.

Podle dosavadní mechaniky lze tedy otáčivý pohyb země stanoviti absolutně, z měření konaných jen na zemi; k tělesům mimo zemi netřeba při tom hleděti. I kdyby země byla trvale obklopena mraky a my hvězd nikdy neviděli, přece jen dokázali bychom tím způsobem, že se země točí, a nejen to, mohli bychom určit i osu, kolem níž země rotuje, v jakém smyslu se to děje a jak rychle; mohli bychom tedy otáčivý pohyb země úplně stanoviti. Ba, otázka, točí-li se země nebo ne, nepozbyla by podle dosavadní mechaniky smyslu ani tehdy, kdyby země byla v prostoru úplně sama, kdyby tedy nebylo v něm žádného tělesa, k němuž by se její pohyb mohl vztahovati.

Nesmíme totiž zapomenouti, že ze všech svrchu uvedených pokusů usuzuje dosavadní mechanika jen to, že se země točí vůči inerciálním soustavám, pro které platí její základní rovnice. Že je tento pohyb země též jako její pohyb vůči stálícím, že tedy základní inerciální soustavou souřadnou je ta, která je vzhledem k stálícím v klidu, je pro dosavadní mechaniku náhoda; pro niž tato nemá výkladu, neboť pokládá celou sluneční soustavu za izolovaný systém, na který stálice neúčinkují. Na druhé straně ovšem okolnost, že se místo věty: »země se otáčí vůči inerciálním soustavám souřadným«, tedy vůči čemukoli myšlenému, může říci: »země se otáčí vůči stálícím«, byla jistě příčinou, že se na obtíže spojené s tím, že otáčivý pohyb země má mít význam absolutní, zapomnělo;

Koperníkovu názoru světovému, podle něhož jsou stálice v klidu, dostalo se nové podpory a k astronomickým důkazům, že se země skutečně točí, přibýly důkazy nové, z mechaniky.

Ale již Newton byl si dobře vědom všech těchto nesnází a proto pokusil se dokázati absolutní povahu rotačního pohybu pokusem, který se často uvádí. Roztočme nádobu naplněnou vodou a zavěšenou na vlákne kolem tohoto vlákna; může se to státi na př. tak, že nejdříve vlákno zkroutíme, potom nádobu uvolníme. S počátku se točí jen nádoba sama, kdežto voda je v klidu a povrch její je rovinný jako dříve, ale později podle toho, jak stěny nádoby strhují vodu víc a více, prohlubuje se vodní povrch a voda stoupá po stěnách. To je způsobeno odstředivou silou, jež vzniká otáčivým pohybem vody. Newton nyní upozorňuje na to, že s počátku, pokud se točí nádoba, voda však ne, čili když otáčivý pohyb vody vzhledem k nádobě je největší, je povrch vody právě takový, jako když se netočila ani voda ani nádoba, čili když obě byly vůči sobě v klidu; odstředivé síly tu není. Ta vzniká teprve, když se počne otáčet i voda, čímž její rotace vzhledem k stěnám nádoby klesá; se stoupající rychlostí vody odstředivá síla roste a dosáhne hodnoty největší, když se voda točí stejně rychle jako nádoba sama, čili když otáčivý pohyb vody vůči nádobě zmizí. Voda je pak vzhledem k nádobě v klidu jako před pokusem a přece je její povrch nyní prohlouben, kdežto před pokusem byl rovinný. V tom vidí Newton důkaz, že odstředivé síly nejsou způsobeny relativním otáčivým pohybem, nýbrž otáčivým pohybem absolutním, čili, jak Newton praví, pohybem pravým.

Na nedostatky této Newtonovy argumentace upozornil po prvé Mach. Newton hledí jen k nádobě, v níž je voda, ostatních hmot nedbá. Během pokusu zmizí sice otáčivý pohyb vody vůči nádobě, vznikne však otáčivý pohyb vody vzhledem k ostatním hmotám vesmíru. Pokus Newtonův dokazuje tedy, jak praví Mach, jen to, že rotace vody vůči nádobě nebudí pozorovatelné síly odstředivé, že však tato síla vzniká při rotaci vody vůči ostatním hmotám. Rozhodující pro jeho výsledek je to, že hmota nádoby je nesmírně malá proti hmotám vesmíru, a nikdo nemůže podle Macha říci, jak by Newtonův pokus dopadl, kdyby tloušťka stěn rostla, až by dosáhla několika mil.

Stejně soudí Mach o měřeních, v nichž dosavadní mecha-

nika vidí důkazy absolutní rotace země. Práví o tom:*) »Má-li země absolutní rotaci kolem své osy, pak vystupují na ní odstředivé síly, země se sploští, tíhové urychlení na rovníku se zmenší, rovina kyvadla Foucaultova se stáčí atd. Vše to zmizí, je-li země v klidu a konají-li ostatní tělesa nebeská kolem ní takový absolutní pohyb, že vznikne táž relativní rotace. Tak je tomu ovšem, vyjdeme-li hned předem od představy absolutního prostoru. Zůstaneme-li však na půdě zkušeností, víme jen o relativních prostorech a pohybech. Relativní jsou pohyby ve světové soustavě, nehledě k neznámemu prostředí vesmíru,**) tytéž podle názoru Ptolemeova jako podle názoru Koperníkova. Oba názory jsou stejně správné, jen tento je jednodušší a praktičtější. Soustava světová není nám dána dvakrát, se zemí klidnou nebo se zemí konající otáčivý pohyb, nýbrž jen jednou se všemi svými relativními pohyby, které jediné lze určit. Nemůžeme tedy říci, co by bylo, kdyby se země neotáčela. Můžeme případ daný různým způsobem vykládati. Vykládáme-li však tak, že přicházíme do sporu se zkušeností, pak vykládáme právě my nesprávně. Zákony mechaniky dají se jistě formulovati tak, aby z nich vyplynuly odstředivé síly i pro relativní rotace.«

Pro Macha tedy otázka, otáčí-li se země skutečně nebo ne, nemá smyslu, neboť ze zkušenosti víme jen o relativní rotaci země vzhledem k stálícím. Řekneme-li jednou, že stálice jsou v klidu a země se točí, po druhé, že země je v klidu a stálice rotují kolem ní, je to totéž, poněvadž smysly oba tyto případy nerozeznáme. Rozeznává-li je dnešní mechanika, tvrdí něco, k čemu jí pozorovatelné fakty nedávají práva, a Mach soudí, že se její zákony jistě dají změnit tak, aby se z nich vše to, co se vykládá absolutní rotací země, čili rotací vzhledem k inerciálním soustavám souřadným, dalo vyložit i relativní rotací země vůči stálícím, tedy třeba i za předpokladu, že země je v klidu a stálice se otáčejí kolem ní.

Co bylo řečeno o pohybu otáčivém, platí ovšem pro každý pohyb urychlený vůbec; nesmíme zapomenouti, že síly, které pozorujeme v náhle zabrzděném vlaku, vykládá dosavadní mechanika také urychlením vlaku vůči inerciálním soustavám

*) E. Mach: Die Mechanik in ihrer Entwicklung, 7. vyd. 1912, str. 225.

**) Tím míní Mach éter.

souřadným. I kdyby vlak byl v prostoru úplně sám, jiných hmot mimo něj tedy nebylo, poznali by podle dosavadní mechaniky cestující v něm, kdy a jak se jeho rychlost mění, ačkoli není těles, k nimž bychom mohli jeho pohyb vztahovati. Tak přicházíme k postulátu, že v rovnicích vyjadřujících zákony mechaniky a zákony fysiky vůbec musí všechny pohyby míti význam relativní; rozdíl mezi kinematickým (úplně relativním) a dynamickým (částečně relativním) pojmem pohybu musí býti odstraněn a rovnice fysikální nutno formulovati tak, aby se v nich vyskytovaly jen relativní pohyby těles. Tato teorie jevů fysikálních bude pak vykládati pozorovatelné jevy jen pozorovatelnými důvody a bude spojovati svazkem příčiny a účinku jen to, co je předmětem našeho smyslového vnímání. Tomuto požadavku, který jistě úzce souvisí s principem kauzality, dosavadní mechanika i fysika vůbec nevyhovuje. V této nové teorii jevů fysikálních nebude ovšem místa pro nějaké význačné soustavy souřadné, jako jsou soustavy inerciální; zákony fysiky budou v ní platiti pro všechny soustavy stejně. A teprve potom budou odstraněny z fysiky poslední zbytky absolutního prostoru.

Úlohu, kterou dal fysice Mach, rozřešil Einstein; řešení se ovšem ukázalo mnohem nesnadnější, než sám Mach mohl tušiti. Vyložíme v dalším, jak je Einstein našel; uvidíme mimo jiné, že bude nutno svrchu uvedený postulát obecné relativnosti pohybu podstatně rozšířiti, abychom dospěli k větě, kterou nazveme obecným principem relativnosti. Ale již nyní bude dobře upozorniti na jistý rozdíl mezi oním postulátem a speciálním principem relativnosti. Podle speciálního principu se nemění průběh fysikálních dějů uvnitř nějakého systému těles, byl-li tento uveden jako celek z klidu do rovnoměrného a přímočarého pohybu, takže pozorovatel, který se pohybuje i se svými přístroji s sebou, nenajde nic, z čeho by mohl souditi, že systém již v klidu není. Postulát obecné relativnosti pohybu, který se vztahuje k pohybům libovolným, netvrdí, že v systému těles, který byl uveden jako celek do pohybu, jenž není rovnoměrný a přímočarý, nastanou změny v průběhu fysikálních dějů — to by patrně bylo ve sporu s nejběžnější naší zkušeností — ale prohlašuje, že k výkladu změn, jež vzniknou, není třeba předpokládati, že se systém pohybuje a že nic nenutí pozorovatele, který se pohybuje s sebou, říci, že již v klidu není.

16. Hmoty setrvačná a gravitační.

Všimněme si nejdříve podrobněji sil, jimiž se prozrazují odchylky od rovnoměrného a přímočarého pohybu vzhledem k inerciálnímu soustavám souřadným. Vrátime se k příkladu s brzděným vlakem. Osoby v něm sedící cítí náraz, který je nahýbá do předu, shazuje zavazadla se sítí atd.; mluví tedy o síle, která po tu dobu, co se rychlost vlaku mění, účinkuje na vše, co v něm je. Odkud se vzala tato síla? Podle dosavadní mechaniky správnou odpověď na tuto otázku může dát jen ten, kdo vztahuje svá měření k nějaké inerciální soustavě souřadné. Za tu můžeme pokládati v tomto případě soustavu spojenou se zemí, neboť k těm malým změnám, jež jsou způsobeny otáčivým pohybem země a jež vyžadují dosti přesných měření, není tu třeba hleděti.

Představme si tedy, že někdo stojí při trati a pozoruje, co se v brzděném vlaku děje. Když vidí, jak se osoby ve vlaku sedící naklánějí do předu, jak zavazadla padají se sítí atd., vyloží to vše zcela jednoduše jako projev známé obecné vlastnosti hmoty, totiž setrvačnosti, jíž se všechna tělesa snaží zachovati svou rychlost nezměněnu; podle dosavadní mechaniky jde tu ovšem o rychlost vůči kterékoli inerciální soustavě souřadné. Nejlépe lze to vyložit na tomto jednoduchém příkladě. Podlaha vozu nechť je docela hladká, na ní budiž hladká koule, která se s počátku pohybuje s vlakem, takže je v klidu vůči stěnám vozu. Na kouli pak nepůsobí žádná síla, neboť tíže se ruší odporem podlahy a tření není; podle principu setrvačnosti nesmí se tedy její rychlost vůči některé inerciální soustavě souřadné, na př. vůči trati, změnit. Ani když se vlak zastavuje, neúčinkuje podle dosavadní mechaniky na kouli žádná skutečná síla; její rychlost vzhledem k trati zůstává tedy pořád stejná. Vůči vlaku se pak koule ovšem rozbíhá a pohyb její vzhledem k němu je urychlený, ale jen po tu dobu, co se vlak zastavuje; když vlak již stojí, pohybuje se koule vzhledem k němu právě tak jako vůči trati, rovnoměrně a přímočaře, tedy bez urychlení.

Podle pohybových zákonů Newtonovy mechaniky je sice změna rychlosti čili urychlení způsobeno silou účinkující na pozorované těleso, ale jen tehdy, jde-li o urychlení vzhledem k některé inerciální soustavě souřadné. Když tedy osoby ve vlaku sedící vidí, že se koule vůči nim rozbíhá, takže koná vzhledem k nim urychlený pohyb, není podle dosavadní me-

chaniky příčinou toho síla skutečná, t. j. účinek okolních těles na kouli, neboť jde tu o urychlený pohyb vzhledem k stěnám vozu, tedy vůči soustavě souřadné, která není inerciální. Síla, jíž si tyto osoby vykládají urychlení koule jimi pozorované, je projevem setrvačnosti koule, která podle názorů dosavadní mechaniky je vlastností jen koule samé a na okolních hmotách nezávisí. Proto se nazývá v Newtonově mechanice tato síla silou zdánlivou nebo také silou setrvačnosti na rozdíl od sil skutečných.

Všechny tyto síly setrvačnosti mají jednu vlastnost společnou; udílejí totiž všem tělesům stejná urychlení. Představme si, že na podlaze vlaku v předešlém příkladě leží vedle sebe dvě koule různé velikosti i hmoty. Když se vlak zastavuje, rozbíhají se obě koule vzhledem k němu, ale tak, že se jejich rychlost vůči trati nemění. Budou se tedy rozbíhati docela stejně a budou neustále vedle sebe; jejich rychlosti i jejich zrychlení vůči vlaku budou v každém okamžiku stejné. Závisí ovšem na tom, jak se vlak zastavuje; zastaví-li se náhle, rozběhnou se obě koule vůči němu prudčeji a jejich urychlení vůči vlaku bude větší, než když se vlak zastavuje pomalu, ale, jakmile jde o určitý případ, jsou vždycky urychlení všech těles ve vlaku, způsobená silami setrvačnosti, navzájem stejná. A to platí i obecně, ať jsou síly setrvačnosti vzbuzeny jakýmkoli pohybem urychleným. Můžeme to říci i takto: V Newtonově mechanice je síla dána součinem z hmoty a urychlení; udílejí-li tedy síly setrvačnosti za stejných podmínek všem tělesům stejná urychlení, znamená to, že síla setrvačnosti působící na těleso hmoty dvakrát větší je také dvakrát větší, čili, že tyto síly jsou úměrné hmotě tělesa, na něž působí.

Einstein nyní upozorňuje na to, že známe ještě jinou sílu, kterou dosavadní mechanika pokládá za skutečnou, která je také projevem obecné vlastnosti hmoty jako setrvačnost a která tak jako síly setrvačnosti udílí všem tělesům za stejných podmínek stejná urychlení. Je to síla gravitační; zvláštním jejím případem je zemská tíže. Že účinkem tíže padají všechna tělesa stejně rychle, dokázal již Galilei, který tak vyvrátil, nebo lépe řečeno, správně vysvětlil staré tvrzení opírající se o autoritu Aristotelovu, že totiž lehčí tělesa padají pomaleji než těžší. S velikou přesností byla nezávislost tíhového urychlení na hmotě dokázána Besselem na počátku minulého století a v posledních jeho letech Eötvösem. Padá-li

ve vzduchu kovová koule rychleji než na př. list papíru, je to způsobeno jen odporem vzduchu, jehož účinek na papír je větší než na kouli; v prostoru vzduchoprázdném padají obě tělesa stejně rychle, a byla-li vypuštěna zároveň a se stejnou počáteční rychlostí, zůstanou pohromadě po celou dobu pádu, neboť tíže urychluje jejich pohyby docela stejně. A co bylo řečeno o tíži, platí i o gravitaci vůbec; urychlení jí vzbuzené mění se sice v prostoru světovém od místa k místu, může se měnit i během času, ale za stejných podmínek, tedy v témž místě a v téže době, je u všech těles stejné. Byla-li kdekoli v prostoru světovém vypuštěna současně dvě tělesa s toutéž počáteční rychlostí, budou se pohybovat společně tak dlouho, pokud jejich pohyb bude řízen jen gravitační silou.

V Newtonově mechanice se vyjadřuje tento fakt takto: Součin z hmoty tělesa m a jeho urychlení a vůči inerciální soustavě souřadné je roven síle F na ono těleso působící, tedy $ma = F$. V dalším budeme m nazývat hmotou setrvačnou; z poslední rovnice je totiž vidět, že k dosažení určitého urychlení a , čili určité změny rychlosti, je třeba tím větší síly F , čím větší je hmota m ; tu lze tedy pokládati za míru setrvačnosti tělesa. Představme si nyní, že na těleso působí jen zemská tíže, pak je F síla, kterou země ono těleso přitahuje, čili váha tělesa; označíme ji P . Tíhové urychlení se obvykle označuje g , takže místo vzorce $ma = F$ máme $mg = P$. Z něho vypočteme $g = P/m$. Je-li tedy tíhové urychlení g pro všechna tělesa stejné, znamená to, že poměr mezi vahou tělesa P a jeho setrvačnou hmotou m je u všech těles týž. Dvě tělesa, jež mají stejné setrvačné hmoty, mají i stejné váhy. To je věc dávno známá, užívá se jí, když určujeme hmoty vážením; ovšem činíme při tom vlastně závěr opačný, měříme totiž váhy dvou těles, a jsou-li stejné, soudíme z toho i na rovnost jejich setrvačných hmot.

Je dobře si uvědomiti, že tento úsudek by nemusil býti správný. Mohli bychom si totiž docela dobře představit, že by dvě tělesa, na př. dvě koule z různého materiálu, jedna železná, druhá dřevěná, měly sice stejné setrvačné hmoty, t. j. kladly by stejný odpor změnám rychlosti, ale jejich váhy byly by různé. Tíže by pak nepůsobila na všechny látky stejně; věc známá u jiných sil. Tak na př. magnetická síla účinkuje na železnou kouli dosti silně, kdyby se však měl dokázat její účinek na kouli dřevěnou, bylo by k tomu třeba zařízení zvláště citlivého; o tak nepatrné síly tu jde. Kdyby

stejnou vlastnost měla i tíže, pak bychom vážením neurčovali setrvačnou hmotu tělesa čili míru jeho setrvačnosti, ale míru účinku gravitačních sil působících na těleso čili, jak také můžeme říci, jeho gravitační hmotu. Měření ovšem dokazují, že tíže působí na všechna tělesa stejně, není selektivní jako magnetická síla a mezi hmotou setrvačnou a hmotou gravitační není rozdíl. Obě tyto hmoty jsou identické; to je jen jiná formulace zkušenosti, že tíže udílí všem tělesům stejná urychlení.

V mechanice speciálního principu relativnosti není setrvačná hmota konstantou tělesa jako v mechanice Newtonově, nýbrž závisí na jeho rychlosti vůči tomu, kdo ji měří. Při rychlostech, s nimiž se obvykle setkáváme, je tento vliv rychlosti tak nepatrný, že se dosud nepodařilo ani nejpřesnějším měřením jej konstatovati. Poněvadž všechna měření dokazující identitu hmoty setrvačné a gravitační byla provedena při těchto malých rychlostech, vzniká otázka, platí-li jejich výsledek nezávisle na rychlosti tělesa. Dosavadní zkušenost k odpovědi nestačí a proto Einstein jednoduše postuluje obecnou platnost věty o rovnosti obou hmot, setrvačné i gravitační, ovšem jen pro tělesa tak malá, že sama nemění gravitačního pole, v němž jsou, a klade tuto větu v čelo obecné teorie relativnosti, jako položil princip stálé rychlosti světelné v čelo teorie speciální. Plyne z toho mimo jiné i to, že energie, jež podle speciální teorie relativnosti má hmotu, má i váhu; tíže účinkuje na ni jako na každou hmotu jinou.

17. Einsteinův princip ekvivalence.

Jak to vše souvisí s postulátem obecné relativnosti pohybu, vysvětlíme nejlépe z tohoto často uváděného příkladu Einsteinova. Někde v prostoru světovém myslíme si uzavřenou místnost; v ní nechť je pozorovatel a měřicí přístroje. Stěny místnosti i vše, co v ní je, podléhá gravitační síle; předpokládáme s počátku, že jiná vnější síla zabraňuje padání místnosti a udržuje ji v klidu vůči některé inerciální soustavě souřadné. To pozná pozorovatel v místnosti uzavřený podle toho, že zákony dosavadní mechaniky jsou splněny, vztahuje-li pohyby těles a svá měření vůbec k stěnám místnosti. Pro jednoduchost budeme ještě předpokládati, že rozměry místnosti jsou takové, že gravitační síla má v celém jejím rozsahu stejnou velikost i směr; k tomu stačí, má-li místnost

rozměry našich laboratoří. Gravitace se projevuje uvnitř místnosti známými účinky, z nichž některé uvedeme. Těleso, které pozorovatel volně pustil z ruky, padá rovnoměrně urychleně ve směru, který nazveme »svise dolů«. Zavěsí-li pozorovatel závaží na pružnou spirálu, prodlouží se tato, neboť závaží, jemuž spirála brání v pádu, napíná ji silou rovnou jeho váze. Téhož původu je i tlak těles na podložky, na nichž tato spočívají, jakož i tlak vlastního těla pozorovatelova na podlahu místnosti.

Představme si nyní, že síla, jež místnost držela v klidu vzhledem k některé inerciální soustavě souřadné, náhle zmizí, takže stěny místnosti podléhají již jen gravitaci a místnost počne padat. Můžeme ostatně říci obecněji, že zároveň se zmizením oné síly bránící pádu byla místnost nějakým nárazem vržena do světového prostoru. Dutá dělová koule vystřelená i s cestovateli v ní uzavřenými na měsíc, jak to líčí Verne ve svém známém románu, byla by takovou místností. S počátku spočívala v klidu v rouři dělové a odpor těch částí roury, o něž se opírala, bránil jejímu pádu. Výstřelem dostane náraz, vyrazí z roury, vnější síla bránící pádu zmizí a další její pohyb je řízen již jen gravitační silou, pokud ovšem nehledíme k odporu vzduchu. Můžeme říci, že koule »padá«, tentokrát ovšem od země k měsíci, při čemž není vyloučeno, že, mine-li měsíc, bude obíhati kolem něho, jako obíhá měsíc sám kolem země.

Co bychom nyní našli v takové volně padající místnosti, kdybychom opakovali svrchu uvedené pokusy? Padá nejen místnost, ale i všechna tělesa v ní, neboť gravitace působí skrze stěny místnosti tak, jako kdyby jich nebylo; vše to dohromady padá stejně rychle, neboť gravitace účinkuje na všechny hmoty stejně. Když tedy pozorovatel otevře ruku, v níž má nějaký předmět, zůstane tento v ní, poněvadž padá právě tak rychle jako pozorovatel sám. Z téže příčiny závaží zavěšené na pružné spirále již jí nenapíná, tělesa netlačí na podložky, na nichž spočívají, neboť i ty padají s nimi a již jim v pádu nebrání. I vlastní tělo pozorovatelovo jakoby pozbylo váhy; odrazí-li se pozorovatel od podlahy místnosti, stoupá rovnoměrně nahoru. Cośi podobného nastane ostatně, seskočíme-li s těžkým předmětem v ruce; po tu dobu, co padáme, necítíme jeho váhy. Není třeba tu líčiti podrobně situace, jež by nastaly v takové padající místnosti a

jež by nám, kteří se nemůžeme vymaniti z vlivu tíže na tak dlouhou dobu, jistě připadaly groteskní; jsou popsány v uvedeném již Verne-ově románu, byť i ne zcela správně; ve skutečnosti byly by ještě podivnější, než jak je Verne líčí; není také správné, co Verne tvrdí, že by se totiž toto vše dalo pozorovati jen tehdy, když by koule přišla do místa, kde se přitažlivost země ruší přitažlivostí měsíce, a ne po celou dobu jejího letu. Celkem lze říci, že v takové padající místnosti, jejíž pohyb je řízen jen gravitační silou, všechny děje popsané svrchu a všechny děje mechanické vůbec probíhají právě tak, jako kdyby gravitace nebylo.

Položme si nyní otázku: zmizela v oně padající místnosti gravitace skutečně? Dosavadní mechanika tvrdí, že nikoli; podle Newtonova gravitačního zákona působí totiž na padající místnost i na vše, co v ní je, v každém okamžiku i v každém místě gravitační síla právě tak, jako kdyby místnost nepadala, neboť závisí jen na vzájemných polohách hmot na sebe účinkujících a ne na jejich rychlostech. Probíhají-li přes to pro pozorovatele uzavřeného v padající místnosti mechanické děje tak, jako kdyby gravitace nebylo, vykládá to dosavadní mechanika tím, že onen pozorovatel vztahuje všechny pohyby těles k stěnám místnosti, tedy k soustavě souřadné, která není inerciální. Taková koule dělová vystřelená se země na měsíc je v první části svého pohybu, pokud přitažlivá síla země převládá nad přitažlivou silou měsíce, jakoby vlak, který je stále brzděn; země táhne kouli k sobě a tím zmenšuje její rychlost. Přiblíží-li se koule k měsíci tak, že jeho přitažlivost překonává přitažlivost země, pohybuje se koule čím dále tím rychleji; můžeme ji nyní porovnat s vlakem, který se stále rozjíždí. V obou případech musíme, jak již vyloženo, vztahujeme-li pozorované pohyby těles k stěnám místnosti, připojiti k silám skutečným, k nimž patří mimo jiné i gravitace, ještě síly setrvačnosti. V místnosti, jež padá plným gravitačním urychlením, jsou, jak počet ukazuje, tyto dodatkové síly takové, že se jimi gravitační síla v každém okamžiku právě ruší. Výklad dosavadní mechaniky je tedy tento: gravitační síla ve skutečnosti nezmizí, ale pro pozorovatele, který je v padající místnosti a vztahuje svá měření k jejím stěnám, probíhají všechny mechanické děje právě tak, jako kdyby gravitace zmizela.

Tento výklad je jistě správný, neboť je v úplném souhlasu s tím, co pozorujeme; je však otázka, není-li oklika přes

inerciální soustavy souřadné zbytečná. Pozorovatel uzavřený v místnosti dosáhne patrně stejného souhlasu, nestará-li se o její pohyb vůči inerciálním soustavám souřadným a řekne-li, že místnost, k jejímž stěnám svá měření vztahuje, je pořád v klidu, že však gravitace přestala působiti. Připustíme-li obecnou relativnost pohybu, je to i dovoleno, neboť pak je jedno, které těleso nebo kterou soustavu souřadnou pokládáme za klidnou. Oba výklady jsou s tohoto stanoviska stejně možné a stejně správné.

Je-li postulát obecné relativnosti pohybu splněn, musí být splněn nejen v mechanice, ale i v celé fyzice. Einstein, jsa přesvědčen o jeho správnosti, šel tedy ještě dále; předpokládá, že pro pozorovatele, který je uzavřen v místnosti padající plným gravitačním urychlením a vztahuje svá měření k jejím stěnám, probíhají nejen mechanické děje tak, jako kdyby místnost byla v klidu a gravitace neúčinkovala, ale všechny děje fyzikální vůbec, tedy na př. i děje elektromagnetické a optické, takže se nenajde nic, co by s onou představou bylo ve sporu. To je ovšem hypotéza; otázku, je-li správná, možno rozhodnouti jen experimentálně; o měřeních provedených za tím účelem bude řeč v dalším odstavci. Dosavadní teorie fyzikálních jevů ví o tom, jak se změní průběh nemechanických dějů, zmizí-li gravitace, velmi málo.

Ale tato Einsteinova hypotéza ukazuje nám cestu k obecnému principu relativnosti, byť i jen zatím pro zcela určitý případ. Počne-li totiž místnost, která byla s počátku v klidu, padat plným gravitačním urychlením, pak pozorovatel, jenž je v ní uzavřen a vztahuje svá měření k jejím stěnám, sice konstatuje, že se průběh fyzikálních dějů změnil, ale, aby to vyložil, nemusí říci, že místnost padá, může prohlásiti, že místnost zůstala v klidu, že však gravitace zmizela. Je také viděti, jak bychom postupovali i v případech jiných. Představme si na př., že by najednou začal býti volný pád místnosti nějakou silou brzděn, takže by místnost padala menším urychlením než je urychlení gravitační. Pak by se, jak snad není nutno obšírně vykládati, gravitační síla objevila znova, ale ne v plné velikosti. Těleso volně vypuštěné padalo by zase dolů, ale s menším urychlením, závaží visící na spirále by ji zase napínalo, ale slaběji atd. Takové zmenšení váhy vlastního tělesa možno pozorovati ve zdvižích, pokud se tato rozjíždí směrem dolů. Pozorovatel v oné místnosti uzavřený vyloží vše, co pozoruje, řekne-li, že jeho místnost je i nyní

v klidu, že se však gravitace znovu objevila, ale je slabší, než byla s počátku. Kdyby vnější síla padání místnosti urychlovala, takže by tato padala urychlením větší než je urychlení gravitační, pak by těleso volně vypuštěné stoupalo urychleně vzhůru a gravitační síla by obrátila svůj směr. Je-li Einsteinova hypotéza správná, musíme tímto obrácením směru gravitační síly vyložit vše, co se v takové místnosti pozoruje, za stálého předpokladu, že místnost je v klidu. Kdyby místnost se vším, co v ní je, urychleně stoupala proti směru gravitační síly, musí se všechny změny tím způsobené dáti vyložit zesílením gravitační síly. Toto zesílení, jevíci se zvýšením váhy vlastního těla, pozorujeme ve zdvižích, jež se rozjíždí nahoru. Kdyby konečně byla místnost nějakým nárazem nebo jakkoli jinak uvedena do otáčivého pohybu vzhledem k stálým, vznikly by v ní odstředivé síly; i ty lze podle Einsteinovy hypotézy pokládati za síly gravitační, neboť udílejí všem tělesům stejná urychlení. A tak, ať koná místnost pohyb jakýkoli, vždy můžeme trvati na představě, že je v klidu; změní-li se průběh pozorovaných dějů, připočteme to na vrub změny gravitačního pole. Postulátu obecné relativnosti pohybu vyhovuje tedy Einstein tím, že relativuje gravitaci; bez faktu, že gravitace udílí všem tělesům stejná urychlení, bylo by to patrně nemožné.

Je ovšem otázka, odkud se ony změny gravitačního pole berou. Uvedli jsme jako nedostatek Newtonovy mechaniky a všech teorií fyzikálních, jež nevyhovují postulátu obecné relativnosti pohybu, to, že nevykládají pozorovatelné účinky pozorovatelnými důvody; totéž dalo by se namítati i proti teorii Einsteinově, kdybychom nemohli pro změny gravitačního pole, jimiž tato teorie nahrazuje síly setrvačnosti Newtonovy mechaniky, uvést nějaký pozorovatelný důvod. To však je možné. Představme si zase Verne-ovu kouli, která byla vystřelena a »padá« se země na měsíc. Prohlásí-li cestovatelé, kteří v ní jsou, i po výstřelu, že koule je v klidu, musí pak říci, že byly uvedeny do pohybu země, měsíc a všechna ostatní tělesa vesmíru; měsíc se ke kouli blíží, země se od ní vzdaluje. Tohoto urychleného pohybu vůči kouli před výstřelem nebylo a v něm mohou patrně cestovatelé viděti pozorovatelný důvod, proč je gravitační pole v kouli po výstřelu jiné než před ním. Anebo, když ve vlaku, jenž s počátku stál a potom se náhlým trhnutím rozjel, pocítí cestovatelé

naráz opačného směru než směr jízdy, mohou zase říci, že vlak zůstal v klidu a onen náraz že byl způsoben gravitačními silami vzniklými tím, že se země a ostatní tělesa vesmíru dostala do urychleného pohybu vzhledem k vlaku. Jakmile se ovšem rychlost vlaku ustálí a vlak se pohybuje rovnoměrně a po přímé trati, probíhá v něm vše tak jako dříve, dokud stál; to plyne ze speciálního principu relativnosti a soudíme z toho, že rovnoměrná translace země a ostatních těles vesmíru jako celku vůči vlaku gravitační pole v něm nemění.

Představa, že by to nebyl vlak, který se dostal trhnutím do pohybu, nýbrž všechny ostatní hmoty vesmíru, bude se jistě zdát nepřirozená; nesmíme zapomenouti, že postulát obecné relativnosti pohybu tvrdí jen to, že je možná a že výklad pozorovaných dějů na ní založený je stejně přípustný jako výklad obvyklý, podle něhož je v klidu země, vlak se rozjíždí a náraz při tom pozorovaný je projevem setrvačnosti hmot. Tento výklad je sice mnohem jednodušší a ve skutečném případě sotva kdo bude vysvětlovati onen náraz jinak, ale proto není výklad první méně správný. Věty: »země zůstala v klidu a vlak se rozjel« a »vlak zůstal v klidu a země byla uvedena do pohybu« jsou jen rozdílné interpretace téže skutečnosti, že totiž vlak a země jsou v relativním pohybu.

Stejně vše to, co vykládá dosavadní mechanika otáčivým pohybem země, jako na př. sploštění země, stáčení roviny Foucaultova kyvadla atd., musí se také dáti vyložití za předpokladu, že země je v klidu, že se tedy neotáčí kolem své osy ani neobíhá kolem slunce, za to ostatní tělesa nebeská obíhají kolem ní. Podle prvního výkladu jde při oněch dějích o projev setrvačnosti hmoty, podle výkladu druhého o účinek gravitačních sil, jejichž původ nutno hledati v rotaci nebeských těles vůči zemi. Oba názory, Koperníkův i Ptolemeův, jsou podle toho zásadně stejně správné, ovšem zase je názor Koperníkův značně jednodušší a vyšetřování pohybu těles naší sluneční soustavy, založené na představě Ptolemeově, bylo by spojeno s nesmírnými matematickými obtížemi. Že však síly, jimiž Newtonova mechanika vykládá sploštění země a vše ostatní, co pokládá za důkaz, že otáčivý pohyb země je absolutní, dají se vysvětliti i rotací vzdálených hmot vzhledem k zemi, dokázal z Einsteinovy teorie Thirring. Jedno je však jisté; dosavadní teorii gravitace vybudovanou Newtonem bude nutno nahraditi teorií novou; bylo toho ostatně třeba i z jiných důvodů. Tato nová teorie bude také jinak pohlížeti

na setrvačnost těles; obě základní vlastnosti hmoty, setrvačnost a gravitace, budou v ní souviseti spolu úže než v teorii dosavadní; lze to souditi již z toho, že, co jeden pozorovatel vykládá jako projev setrvačnosti, jeví se druhému jako účinek gravitační. O tom později (odst. 25.).

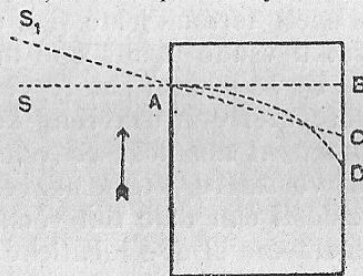
Dříve musíme vyšetřiti, možno-li uvéstí nějaké důvody pro správnost hypotézy Einsteinovy, o níž byla svrchu řeč a podle níž pro pozorovatele, který je v místnosti padající plným gravitačním urychlením a svá měření vztahuje k jejím stěnám, probíhají nejen děje mechanické, jak plyne z teorie dosavadní, ale i všechny děje fyzikální tak, jako když gravitace není. Pro další účely formulujeme si ji takto. Představme si, že by se s počátku všude uvnitř oné místnosti gravitace rovnala nule, t. j. že by se ostatní hmoty vesmíru pohybovaly vůči ní tak, že pozorovatel v ní uzavřený konstatuje, že gravitace není. Uvedme nyní místnost se vším, co v ní je, do urychleného pohybu ve směru, který nazveme nahoru, takže místnost stoupá rychlostí čím dále tím větší. Aby bylo jasno, co se tím míní, představme si dvě identické a stejně zařízené místnosti, které jsou s počátku vůči sobě v klidu. V obou nechť není gravitačního pole; k vzájemnému gravitačnímu účinku hmot v obou místnostech nebudeme tu hleděti; je jisté velmi nepatrný. Jednu z těchto místností uvedme do urychleného pohybu vzhledem k druhé. Tím se v ní změní průběh fyzikálních dějů; podle Einsteina můžeme pak říci, že změny, jež nastanou, jsou právě takové, jako kdyby ona místnost zůstala v klidu, za to však vznikla v ní gravitační síla, která udílí všemu, co v místnosti je, urychlení stejně veliké, jako je to, kterým se místnost pohybuje, ale opačného směru. Tuto větu budeme nazývati princip ekvivalence; účinek gravitačního pole je podle ní ekvivalentní účinku urychleného pohybu. Vzájemný pohyb obou místností musí býti urychlený; kdybychom totiž uvedli jednu místnost do pohybu rovnoměrného a přímočarého vůči druhé, takže by jejich vzájemné urychlení bylo rovno nule, probíhaly by fyzikální děje v obou stejně; to plyne ze speciálního principu relativnosti.

18. Vliv gravitace na světlo.

Einstein hned, jak svůj princip ekvivalence formuloval, učinil z něho dvě konkluse; obě se týkají vlivu gravitace na světlo. Potvrzení jich vyžadovalo přesných a namáhavých měření; dnes lze obě pokládati za experimentálně dokázané.

Představme si zase místnost, o níž byla svrchu řeč; pozorovatel, který je v ní uzavřen a vztahuje svá měření k jejím stěnám, nechť konstatuje, že gravitační síly není. S jedné strany, u A (obr. 8.), nechť vstupuje do místnosti světelný paprsek, který dopadá na druhé straně, u B . Můžeme předpokládati, že bude postupovati v přímce; vskutku není důvodu, proč by se měl odchýlit od přímé dráhy na jednu nebo na druhou stranu. Pro jednoduchost řekněme, že ona přímka je rovnoběžná s podlahou místnosti, jak naznačeno na obrazci.

Nechť nyní počne místnost se vším, co v ní je, stoupati nahoru. Za tu dobu, které potřebuje světelný paprsek, aby



Obr. 8.

vykonal dráhu AB , posune se celá místnost ve směru označeném šipkou a paprsek již nedopadne na druhou stěnu v místě B , nýbrž o něco níže. Nepostupuje již rovnoběžně s podlahou, ale je k ní skloněn. V jaké dráze vůči stěnám místnosti se při tom pohybuje, závisí na pohybu místnosti. Stoupá-li tato rovnoměrně s rychlostí stálou a v téměř směru, aneb, koná-li rovnoměrnou translaci vzhledem k své původní poloze, poroste také odchylka dráhy paprsku od směru AB rovnoměrně a paprsek bude opisovati vůči stěnám místnosti zase přímku, na př. AC . Pozorovatel v místnosti konstatuje tedy změnu jen v tom, že se mu paprsek nezdá přicházeti od zdroje S , který leží na prodloužené přímce AB a který si myslíme ve veliké vzdálenosti (mohla by to být na př. stálice), nýbrž od zdroje S_1 posunutého vzhledem k S ve směru pohybu. To je zjev známý, byla již o něm řeč v první části této knížky (str. 24); je příčinou tak zv. aberace stálic. Bylo také již vyloženo, že není ve sporu se speciálním principem relativnosti, podle kterého se rovnoměrnou translací systému těles jako celku průběh fyzikálních dějů uvnitř onoho systému nezmění, neboť světelný zdroj se nepohybuje s sebou. Ostatně uvnitř místnosti paprsek postupuje zase v přímce

a se stejnou rychlostí jako dříve; na zákony šíření světla, pokud se dají vyšetřiti měřením v místnosti samé, rovnoměrná translace vlivu nemá.

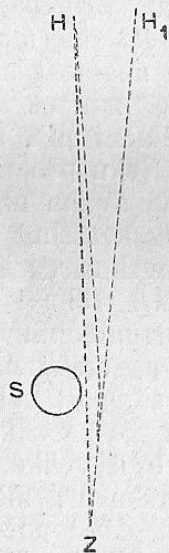
Předpokládejme nyní, že ona místnost stoupá urychleně, její rychlost tedy neustále roste. Pak i odchylka paprsku od původního směru AB poroste urychleně a paprsek bude opisovati křivku, na př. AD ; světlo se již nešíří vzhledem ke stěnám místnosti přímočaře, nýbrž v křivce, která je prohnuta směrem dolů. Podle principu ekvivalence nastane totéž, zůstane-li místnost v klidu, vznikne-li však za to gravitační pole, které míří dolů a udílí tělesům stejně veliké urychlení, jako bylo to, se kterým místnost stoupala. Je-li tedy tento princip správný, musí se paprsek v gravitačním poli prohnouti ve směru gravitační síly, takže na př. při povrchu země měl by opisovati křivku prohnutou k zemi.

Ovšem již jednoduchá úvaha ukazuje, že gravitační síly obvyklé velikosti prohnou světelný paprsek velmi nepatrně; neboť světlo se šíří obrovskou rychlostí 300.000 km za sek. Měří-li tedy vzdálenost AB třeba i 1 km , proběhne ji světlo za dobu málo větší než tři miliontiny sekundy; aby se za tak kratičkou dobu světelný paprsek znatelně odchýlil od směru AB , musila by místnost stoupati velmi rychle, aby mimo to bylo ještě na něm znáti, že je zakřiven, musily by změny rychlosti, čili urychlení, býti veliké. Není tedy divu, že pro zakřivení světelného paprsku u země, kde urychlení tíže činí zhruba jen 10 m za sek., dává počet hodnoty tak malé, že se dnešními prostředky nedají měřiti. Nejsilnější gravitační pole, jež je nám v této příčině k dispozici, je gravitační pole slunce; na slunci je tíhové urychlení asi 27krát větší než na zemi, t. j. těleso, jež na zemi váží 1 kg , vážilo by na slunci 27 kg . Počet ukazuje, že toto urychlení právě stačí, aby se zakřivení světelného paprsku, jenž prochází blízko slunce, dalo ještě spolehlivě měřiti.

Tato měření byla provedena a to na paprscích, jež přicházejí k zemi od stálic. Aby se takový paprsek na své dráze k zemi dostal co možná blízko k slunci, musí být vyslán stálíci, kterou vidíme na obloze u sluneční desky; ve skutečnosti ovšem je tato stálice daleko za sluncem, neboť vzdálenost nejbližší stálice od země je asi 300.000krát větší než vzdálenost slunce od země.

Na obr. 9. značí H stálici, S slunce, Z zemi; měřítko není ovšem při tom ani přibližně zachováno, bod H měl by být

značně dále. Pokud je slunce na jiné části oblohy než stálice H , takže je dostatečně vzdáleno od přímky ZH spojující zemi se stálicí, nemá jeho gravitační pole vlivu na dráhu paprsku přicházejícího od stálice, neboť je v těch místech, jimiž paprsek prochází, velmi slabé. Paprsek tedy postupuje v přímce a se zemí vidíme stálici ve směru ZH . Dostane-li se však slunce do polohy naznačené na obrázci, přijde některý paprsek stálicí vyslaný velmi blízko k němu a účinkem gravi-



Obr. 9.

tačního pole slunce se prohne, jak je na obrázci nakresleno — ovšem v měřítku značně přehnaném — takže, ač s počátku nemířil k zemi, přece se k ní dostane. Poslední část tohoto paprsku, již u země, je zase přímá a v jejím prodloužení vidíme stálici; ta se nám tedy jeví na obloze posunuta z polohy H do H_1 . Nejvíce se patrně prohne ten paprsek, který projde těsně vedle povrchu slunce, čili paprsek přicházející od stálice, kterou vidíme na obloze právě u kraje sluneční desky. Einstein vypočetl, že se tento paprsek odchýlí od svého původního směru o 1.75 úhlových sekund; o týž úhel posune se tedy na obloze i poloha stálice, od níž tento paprsek přichází. Z obrázce je vidět, že se místo, v němž vidíme stálici na obloze, v z d á l í od sluneční desky a to ve směru jejího polo-

měru. Stálice, které se nám jeví na obloze ve větší vzdálenosti od slunce, posunou se méně, neboť paprsky od nich přicházející prochází slabším gravitačním polem. Einstein ukázal, že posuv polohy, kterou má stálice na obloze, způsobený gravitačním polem slunce, je nepřímo úměrný její vzdálenosti od středu desky sluneční, takže stálice, pro kterou je tato vzdálenost rovna dvojnásobnému poloměru sluneční desky, posune se o polovici méně než stálice, která je na obloze právě u slunce. Tím se změní vzájemné polohy stálic, a fotografujeme-li určitou skupinu jich jednou, když jsou stálice rozloženy kolem sluneční desky, po druhé v jinou roční dobu, kdy je slunce na obloze daleko od nich, možno srovnáním obou snímků zjistiti, existuje-li efekt Einsteinem předpověděný.

Tato měření jsou nesmírně obtížná. Nejen proto, že jde při nich o úhly velmi malé; největší posuv, jenž se dá čekat, činí, jak již řečeno, 1.75 úhlových sekund; to je úhel, pod kterým by bylo vidět metrovou tyč postavenou ve vzdálenosti 120 km od oka kolmo ke směru, v němž se díváme, tedy jistě úhel nadmíru malý. Větší obtíží je, že fotografovati stálice v okolí slunce je možné jen za úplného zatmění slunce, neboť světlo sluneční je tak silné, že, není-li slunce úplně zakryto měsícem, nelze exponovati dosti dlouho, aby na negativu mohly vystoupiti i obrazy stálic. A tak se stalo hledání a měření zjevu Einsteinem předpověděného programem skoro všech výprav poslaných na rozmanitá místa země, aby pozorovaly úplné zatmění slunce.

První expedice, chystaná na r. 1914, byla zmařena světovou válkou; šťastnější byly obě výpravy anglické, jež pozorovaly úplné zatmění slunce dne 29. května 1919, jedna na ostrově Principu v zálivu Guinejském, druhá v Sobralu v severní Bразилиi. Vzájemné polohy stálic na negativu získaném při zatmění a na negativu zhotoveném několik měsíců před tím měly se lišiti jen o několik setin mm ; z toho je vidět, že bylo třeba měření zvláště přesných a hlavně co možná pečlivého rozboru všech rušivých vlivů, jež byly zesíleny nejvíce tím, že bylo nutno pozorovati v místech dosti nepřístupných a od civilisace značně vzdálených, aby bylo možno pokládati výsledek měření za spolehlivý. Celkem lze říci, že efekt Einsteinův byl oběma uvedenými expedicemi konstatován, ale při přesnosti, jakou astronomická měření dnes připouštějí, mohl být číselný souhlas výsledků měření s tím, co předpověděla teorie, lepší. Mimo to měření na Principu byla ztížena tím, že

obloha byla z části zakryta mraky, a nebyla jimi vyloučena možnost, že posuv zdánlivých poloh stálic činí jen polovici toho, co předpověděl Einstein. To by mohlo mít význam proto, že právě tuto poloviční hodnotu dává emisní teorie světla. Podle ní je totiž světlo proudem částic vysílaných světelným zdrojem; světelný paprsek je dráha jedné takové částice. Předpokládáme-li, že gravitační síla účinkuje na tyto částice stejně jako na každou hmotu jinou, prohnou se jejich dráhy v blízkosti slunce tak, jako se na př. prohýbá na zemi dráha vystřeleného projektilu. Prohnutí je zase nesmírně malé, neboť světelné částice postupují touž rychlostí, kterou se šíří světlo. Z Newtonova gravitačního zákona dá se snadno vypočísti, oč se dráha světelné částice odchýlí od svého původního směru; počet dává právě polovici toho, k čemu dospěl Einstein ze své teorie relativnosti.

Proto byla tato měření opakována při následujícím úplném zatmění slunce 21. září 1922; při tom bylo také užito zkušeností získaných při prvních expedicích. Nejpřesnějších výsledků dosáhla výprava vyslaná hvězdárnou Lickovou v Kalifornii na Mount Hamilton, jež pozorovala zatmění slunce ve Wollalu, na severozápadním pobřeží Austrálie. Pro úhel, o který se odchýlí od svého původního směru paprsek procházející těsně podél okraje sluneční desky, byla nalezena hodnota 1.74 úhlových sekund; ta souhlasí s číslem Einsteinovým velmi dobře a prof. W. W. Campbell, ředitel Lickovy hvězdárny, jenž spolu s R. Trümplerem tato měření provedl, soudí, že otázka, má-li gravitace vliv na tvar světelného paprsku, je tím definitivně rozřešena ve prospěch Einsteinovy teorie a může být vypuštěna z programu příštích výprav vyslaných ke studiu zatmění slunce. Vskutku také při úplném zatmění slunce v r. 1925 nebyla, pokud známo, předmětem měření. A tak lze tento efekt Einsteinem předpověděný pokládati za potvrzený; je to jeden z mála případů, kdy teorie předstihla experiment a ukázala mu cestu k nečekanému objevu.

Někdy se namítá, že prohnutí světelného paprsku procházejícího blízko slunce není způsobeno gravitací, jak tvrdí Einstein, ale lomem ve sluneční atmosféře. Takový lom světelných paprsků v atmosféře zemské je znám; vzniká vždy, je-li atmosféra opticky nestejnorodá, tedy nestejně hustá nebo nestejně teplá; souvisí s ním astronomická refrakce, také fata morgana se jím vykládá. Ale při pozorováních uvedených svrchu nemůže jíti o účinek sluneční atmosféry; to plyne již z toho, že prohnutí

světelného paprsku a spojený s ním posuv zdánlivé polohy stálice je nepřímě úměrný její vzdálenosti od středu sluneční desky, takže klesá s rostoucí touto vzdáleností mnohem pomaleji, než by klesal, kdyby byl způsoben lomem ve sluneční atmosféře. Byl konstatován posuv u stálice, jejíž poloha na obloze byla vzdálena od středu sluneční desky o více než o deset poloměrů desky; je vyloučeno, že by vliv sluneční atmosféry mohl sahati do takové vzdálenosti.

Druhý důsledek principu ekvivalence, který byl také podroben experimentálnímu zkoumání, týká se vlivu gravitace na barvu světla vysílaného zdrojem, jenž je v gravitačním poli. Víme dnes, že světlo je periodický děj, jehož původ je v nějakých procesech uvnitř atomu; barva světla závisí na počtu period vykonaných za sekundu právě tak, jako na př. výška tónu vysílaného ladičkou je určena počtem kmitů ladičky za sekundu. Mluvíme proto, i když jde o světlo, o počtu kmitů za sekundu čili o kmitočtu, jímž je barva jeho fyzikálně charakterisována. V měřicí praxi však se zpravidla místo kmitočtu užívá délky světelné vlny ve vakuu. Označíme-li ji l , kmitočet n , je $l = c/n$, kdež c je rychlost světla ve vakuu.

Světlo vysílané nějakým zdrojem je vždy složeno z velkého množství barev; to poznáme, když je rozložíme hranolem nebo mřížkou. V bílém světle, vysílaném na př. vláknem svítící žárovky, jsou zastoupeny všechny viditelné barvy, jež přecházejí v jeho spektru spojitě jedna v druhou a dávají známý sled barev od červené k fialové. Vlnová délka barvy, která je na červeném konci spektra, činí asi 800 miliontin mm , vlnová délka konce fialového je o něco menší než poloviční. Naproti tomu spektra plynů a par obsahují izolované čáry, tak na př. ve viditelné části vodíkového spektra jsou zpravidla jen čtyři čáry: červená, modrá a dvě fialové; ve světle vysílaném vodíkem, který lze uvést do svícení třeba tak, že necháme procházeti elektrický výboj trubici naplněnou tímto zředěným plynem, jsou tedy z viditelných barev spektra zastoupeny jen ty čtyři. Poloha čar ve spektru určité látky je vždy stejná a mění se jen nepatrně různými vlivy; bylo na př. pozorováno, že se čáry ve spektrech par kovů svítících v elektrickém oblouku posunují k červenému konci spektra, zvyšujeme-li tlak v prostoru, v němž oblouk hoří.

Podobný vliv na polohu čar ve spektru má mít podle Einsteina i gravitační pole; jak to plyne z principu ekvivalence, bude vyloženo v jednom z dalších odstavců (odst. 20.). Ein-

stein totiž usoudil z onoho principu, že se gravitačním polem spektrální čáry posunují k červenému konci spektra a to tím více, čím více hmot je v blízkosti světelného zdroje. Tento posuv se zpravidla měří změnou vlnové délky; podle Einsteina závisí jen na vlnové délce pozorované čáry, již je úměrný, takže se spektrální čára, která je na červeném konci spektra, posune v témž místě gravitačního pole dvakrát více než čára na konci fialovém. Nezávisí však na povaze zdroje; dvě spektrální čáry, jejichž vlnové délky jsou stejné, posunou se v témž gravitačním poli stejně, ať jsou původu jakéhokoli.

I v tomto případě běží o změny velmi nepatrné, a bylo-li řečeno, že gravitační pole má vliv na barvu světla vysílaného zdrojem, který v něm je, rozumí se tím změna barvy ve smyslu fyzikálním, t. j. změna vlnové délky nebo kmitočtu; je naprosto vyloučeno, že by se dalo něco poznati pouhým okem. Je také naprosto nemožné i při veliké přesnosti, které dosahují naše měření spektroskopická, konstatovati tento posuv na zemi, na př. tak, že by se spektrum téže látky fotografovalo v různých výškách nad mořem a pak proměřilo; změny gravitačního pole, jichž lze tím dosáhnouti, jsou pro tento účel velmi malé.

Za to však měl by se gravitační posuv spektrálních čar ukázati ve spektru slunečním. To je prostoupeno nesmírným množstvím temných čar, t. zv. Fraunhoferových, jež vznikají tím, že některé barvy světla vysílaného žhoucím tekutým jádrem slunečním, jehož spektrum je spojitě, stejně jako na př. spektrum svítícího vlákna žárovky, jsou pohlcovány v chromosféře, t. j. v obalu plynů a par obklopujícím sluneční jádro. Víme, že tyto plyny a páry pohlcují právě ty barvy, které samy vysílají, takže tmavé čáry ve slunečním spektru jsou právě na těch místech, na kterých by byly čáry světlé, kdyby svítila jen chromosféra. Máme tedy ve slunečním spektru spektrální čáry látek obsažených ve chromosféře, ale, jak říkáme, obrácené; místo světlých čar jsou tam čáry tmavé. O velikém množství těchto čar bylo již zjištěno, kterým látkám náleží; spektra týchž látek můžeme si zjednat i na zemi, na př. v elektrickém oblouku. Existuje-li gravitační posuv Einsteinův, musí býti polohy Fraunhoferových čar ve slunečním spektru vzhledem k polohám čar, jež jim odpovídají ve spektrech pozemských zdrojů, posunuty k červenému konci spektra. Podle Einsteinových výpočtů má tento posuv činiti pro čáru, která je na červeném kraji spektra — vlnová délka asi 800 miliontin

mm — něco méně než dvě tisícimiliontiny mm , což je ovšem změna nesmírně malá. Pro čáry v jiných částech viditelného spektra je tento posuv ještě menší, neboť klesá, jdeme-li od červené části spektra k části fialové; na fialovém kraji je asi polovice posuvu na konci červeném. Pro posouzení, o jak malé změny tu jde, budiž uvedeno, že šířka viditelného spektra, měřená ve vlnových délkách, činí asi 400 miliontin mm ; gravitační posuv čáry, která je na červeném jeho konci, není tedy větší než pět miliontin šířky celého viditelného spektra. Stanoviti spolehlivě tyto nesmírně malé změny není sice pro dnešní spektroskopii úlohou nikterak těžkou, ale je k tomu třeba zařízení a strojů, jež mohou míti jen veliké hvězdárny.

Přes to se ukázalo rozhodnutí, existuje-li Einsteinův gravitační posuv ve slunečním spektru, nesmírně obtížným. Že polohy Fraunhoferových čar nesouhlasí přesně s polohami čar jim odpovídajících ve spektru pozemských zdrojů, bylo známo již dávno. Souvisí to hlavně s t. zv. Dopplerovým zjevem, jenž vzniká, kdykoli se světelný zdroj pohybuje vzhledem k pozorovateli, resp. vzhledem k přístroji, jímž spektrum světla zdrojem vysílaného pozorujeme nebo fotografujeme. Pohybuje-li se zdroj k pozorovateli, vidí tento světlo menší vlnové délky než, je-li zdroj vzhledem k němu v klidu, spektrální čáry se tedy posunou k fialovému kraji spektra; při pohybu ve směru opačném vlnová délka se prodlouží a spektrální čáry se posunou ke kraji červenému. Tento Dopplerův posuv spektrálních čar se řídí stejnými zákony jako posuv Einsteinův, je totiž úměrný vlnové délce a nezávisí na původu pozorované spektrální čáry; proto se také někdy udává, že gravitační posuv na slunci je stejně veliký jako posuv Dopplerův, který vznikne, má-li zdroj rychlost 630 m za sek. ve směru od pozorovatele.

Dopplerův posuv Fraunhoferových čar je způsoben pohybem země vůči slunci, rotací slunce kolem vlastní osy — slunce se otočí jednou dokola asi za 25 dní — konečně i nepravidelným pohybem a vířením svítící hmoty sluneční. První dva pohyby známe a změnu polohy Fraunhoferových čar jimi způsobenou můžeme vypočísti; účinek třetího pohybu se odstraní, je-li obrázek slunce v přístroji, jímž se sluneční spektrum fotografoje, dosti veliký. Takto opravené polohy Fraunhoferových čar, z nichž jsou tedy vlivy efektu Dopplerova vyloučeny, jsou skutečně posunuty k červenému konci spektra, jak to Einsteinova teorie žádá, ale tento posuv nesouhlasí úplně se zákony, k nimž ona teorie vede. Je jisté, že o poloze Fraun-

hoferových čar rozhodují ještě jiné vlivy; především by to mohl být tlak, ačkoli se zdá, že jeho vliv je celkem malý, poněvadž tlak ve chromosféře pravděpodobně není větší než tlak atmosférický, dále t. zv. anomální disperse, již se Fraunhoferovy čáry nesymetricky rozšiřují a jejich středy, na které se při měření vlnových délek zastavuje, posouvají; stejný účinek mohlo by mít i elektrické a magnetické pole na slunci, jež budí t. zv. Starkův a Zeemanův efekt. Ani rozdíly mezi teplotou slunce a teplotami pozemských zdrojů nejsou tu bez vlivu.

Z toho všeho je vidět, že tu běží o otázku velmi složitou, jež v době, kdy Einstein gravitační posuv čar ve spektru předpověděl, nebyla ještě ani dosti důkladně prostudována. Není tedy divu, že si výsledky prvních pozorovatelů, kteří tento posuv hledali, navzájem odporují; jedni tvrdí, že Einsteinův posuv našli, druzí, že jej hledali marně. Rozhodný obrat přinesla, jak se zdá, teprve měření, jež vykonali nezávisle na sobě St. John a Evershed a o nichž první zprávy byly uveřejněny v srpnu a září 1923. Oba se zabývali studiem gravitačního posuvu Fraunhoferových čar dlouhá leta, s počátku dospěli k výsledku, že neexistuje; nyní, když soustavně proměřili celé sluneční spektrum, soudí, že Einstein má přece jen pravdu. St. John, jenž konal svá měření v Solar Observatory na Mount Wilson, praví, že z pozorovaného celkového posuvu Fraunhoferových čar k červenému kraji spektra je aspoň 86% způsobeno gravitací a jen zbytek dal by se vyložit jinými známými vlivy. K podobným výsledkům dospěl i Evershed. I když je jisté, že bude třeba ještě nových měření a dlouhého studia, aby otázka gravitačního posuvu spektrálních čar byla rozřešena definitivně, přece jen je již málo pochybnosti, že konečný výsledek dopadne ve prospěch Einsteinovy teorie.

Oba tyto výsledky jsou jistě pěkným potvrzením principu ekvivalence, bez něhož ostatně sotva by byly nalezeny, neboť elektromagnetická teorie světla nemůže říci nic o vlivu gravitace ať na dráhu světelného paprsku či na barvu světla. Je také vidět, že princip ekvivalence nám poskytuje možnost vyšetřiti vliv gravitace na průběh i jiných fyzikálních dějů, známe-li ovšem jejich zákony v případě, když gravitačního pole není. Gravitace musí mít vliv na všechny děje fyzikální i na výsledky všech měření; to je přímý důsledek principu ekvivalence.

19. Lokální soustavy souřadné.

Fakt, že dráha světelného paprsku v gravitačním poli je zakřivena, vyžaduje novou formulaci principu stálé rychlosti světelné, na němž je založena speciální teorie relativity. Podle něho má rychlost, již se šíří světlo ve vakuu, ve všech inerciálních soustavách souřadných touž hodnotu, nezávislou na směru i na místě. Nyní jsme našli, že v gravitačním poli světlo postupuje v křivé dráze; z toho soudíme dále, že se rychlost světla v gravitačním poli mění od místa k místu, neboť, kdyby byla všude táž, nemohl by být paprsek světelný zakřiven; to plyne z t. zv. Huygensova principu. Jen tam, kde gravitačního pole není, šíří se světlo přímočaře a rychlost jeho má určitou hodnotu nezávislou na místě i na směru. Princip stálé rychlosti světelné a ovšem i věty speciální teorie relativity na něm založené platí tedy jen potud, pokud nehledíme k vlivu gravitace; přesně jsou splněny jen tehdy, když gravitačního pole není. A poněvadž gravitační pole je všude tam, kde je hmota, a bez hmotných těles nelze měřiti, zdá se na první pohled, že přicházíme k paradoxnímu výsledku, že totiž věty speciální teorie relativity neplatí přesně nikde a nikdy. Ve skutečnosti však to není tak zlé.

Bylo vyloženo, že možno vhodnou volbou souřadné soustavy gravitační pole v pozorovacím místě buď zesílit, nebo zeslabit, nebo dokonce i odstranit. Místnost podrobená jen gravitační síle, jejímž účinkem volně padá, představuje takovou souřadnou soustavu, v níž je gravitace odstraněna. Ovšem jen uvnitř místnosti nebo, přesněji řečeno, jen v té části prostoru, v níž gravitační síla má všude touž velikost i směr; v místech, v nichž směr nebo velikost gravitační síly jsou jiné, je pro pozorovatele, který vztahuje svá měření k stěnam místnosti, gravitace sice změněna, ne však odstraněna. Možno tedy v každém místě a v jeho blízkém okolí gravitační pole odstranit vhodnou volbou souřadné soustavy; tak na př. odstraníme gravitační pole v rozsahu laboratoře, která je v klidu vzhledem k zemi, vztahujeme-li měření k soustavě, která volně padá plným urychlením gravitačním a neotáčí se se zemí vůči stálým, neboť odstředivé síly, jež touto rotací vznikají, pokládá Einsteinova teorie také za gravitační. Můžeme také říci, že je to soustava, která má tu vlastnost, že síly, které udílí všem tělesům stejná urychlení, vesměs vymizí, vztahujeme-li svá měření k ní. Takových soustav je

nekonečně mnoho právě tak, jako drah opisovaných padajícími tělesy, neboť tvar těchto drah závisí na tom, jaká počáteční rychlost byla tělesu udělena. Ale všechny ty soustavy konají vzhledem k sobě rovnoměrnou translaci stejně jako inerciální soustavy klasické mechaniky a speciální teorie relativnosti. Rozměry každé z nich mohou být jen tak velké, aby v celém jejím rozsahu měla tíže stejný směr i velikost, mimo to vyhoví každá taková soustava svému účelu jen po krátkou dobu, neboť padá vzhledem k stěnám laboratoře; nutno tedy čas od času přecházeti k soustavě jiné. Souřadné soustavy, v nichž gravitační pole vymizí, budeme nazývatí *lokální* nebo *místní*; platí jen v omezeném rozsahu prostorovém a časovém.

Je nyní na snadě předpokládati, že věty speciální teorie relativnosti třeba vztahovati k těmto místním soustavám souřadným, takže, co bylo řečeno při výkladu této teorie o soustavách inerciálních, platí vlastně pro soustavy lokální; inerciální soustavy souřadné nemají již v obecné teorii relativnosti toho významu co dříve. V soustavách souřadných, v nichž gravitační pole nevymizí, věty speciální teorie relativnosti neplatí, nebo jsou splněny jen přibližně, je-li gravitační pole slabé; to lze ostatně říci i o gravitačním poli země, jak se jeví pozorovateli, který vztahuje svá měření k soustavě souřadné spojené se zemí. Bylo již řečeno, že prohnutí paprsku světelného v gravitačním poli země je nepozorovatelně malé; vzhledem k přesnosti, již lze dnešními prostředky dosáhnouti, lze tedy říci, že se světlo šíří vzhledem k zemi přímočaře a že věty speciální teorie relativnosti jsou splněny, i když vztahujeme svá měření k soustavě souřadné se zemí spojené. Neplatí to však pro gravitační pole slunce a neplatilo by to ani pro gravitační pole země, kdyby se podařilo přesnost našich měření dostatečně zvýšiti.

Bude však ještě třeba podrobiti kritickému rozboru některé jiné předpoklady učiněné při výkladu speciální teorie relativnosti a výslovně neuvedené. Tyto předpoklady se týkají měření prostorových a časových. Měření prostorová myslili jsme si prováděna tuhými měřítky (tuhými tyčemi), jejichž délky jsou neproměnné, pokud jsou měřítka v klidu vůči pozorovateli; všechna měření se ostatně provádějí přístroji, které jsou vzhledem k pozorovateli v klidu. V přírodě ovšem tuhých těles není, ale známe tělesa, jež je mohou za jistých podmínek nahraditi; jsou to tělesa skupenství pevného. Jejich roz-

měry se sice mění účinkem změn teploty, vnějších sil atd.; známe však metody, jak nutno měření provedená těmito nedokonalými měřítky opravit, abychom mohli říci, že konečný výsledek souhlasí v mezích pozorovacích chyb s tím, co bychom naměřili měřítky přesně tuhými. Einstein nazývá taková měřítka »prakticky tuhá«.

Čas jsme měřili hodinami; tak nazýváme každé zařízení, jež udává stejné intervaly časové (minuty, sekundy atd.). V zásadě může k tomu sloužiti každý periodický děj, který se opakuje za přesně stejných okolností, neboť, že takový děj vyžaduje vždy stejné doby, plyne již z principu kauzality. Na této myšlence jsou také založeny hodiny, kterými čas ve skutečnosti měříme. V praxi ovšem nutno v každém jednotlivém případě rozhodnouti, které okolnosti mají vliv na chod hodin, a vyšetřiti, jaký ten vliv je, abychom mohli údaje skutečných hodin, které nejsou nikdy zcela dokonalé, převést na údaje hodin jdoucích přesně. Máme ostatně důvody souditi, že velmi přesnými hodinami jsou atomy vysílající světelné kmity.

Jiné přesné hodiny mohl by nám poskytnouti princip stálé rychlosti světelné; jde tu ovšem jen o myšlenkový pokus. Představme si dvě zrcadla, jedno v místě *A*, druhé v *B*; zrcadlicí plochy jejich jsou k sobě obráceny a stojí kolmo k přímce *AB*. Vyšleme z *A* kratičký světelný signál do *B*, ten se tam odrazí na druhém zrcadle a vrátí se do *A*, tam se zase odrazí, přijde do *B* atd., takže se bude neustále pohybovati mezi oběma zrcadly sem a tam a bude se pravidelně vraceti do *A*. Platí-li v celém prostoru mezi oběma zrcadly princip stálé rychlosti světelné, budou doby mezi dvěma po sobě následujícími příchody signálu do *A* přesně stejné; máme tu tedy periodický děj, jehož bychom mohli aspoň zásadně užiti k měření času. Podmínkou je podle předešlého, aby obě zrcadla byla v klidu vzhledem k téže lokální soustavě souřadné; jak ukážeme v dalším (konec odst. 23), není to nutné.

Možnost realizovati, byť i nepřímou, přesná měřítka a přesné hodiny jsme tedy v teorii speciální relativnosti předpokládali; tento předpoklad přeneseme i do teorie obecné, kde budeme užívati k měřením prostorovým a časovým týchž měřítetek i hodin. Dá se sice proti tomu namítati, že tím budujeme teorii na něčem, čemu ve skutečném světě nic neodpovídá přesně, a je jisté, že naše měřítka a hodiny jsou útvary velmi složité a neměly by míti v našich teoriích tak základní význam, spíše bychom měli snažiti se nahraditi je pojmy jedno-

duššími. To však, jak praví Einstein, při dnešním stavu fyziky není možné, nemáme k tomu dosti bezpečného teoretického základu a proto se zatím bez oněch pojmů neobejdeme.

O měřeních prostorových jsme při výkladu speciální teorie relativnosti mlčky učinili předpoklad, že splňují zákony Euklidovy geometrie. Změříme-li tedy na př. strany pravoúhlého trojúhelníka, mají délky odvěsen a a b a délka přepony c splňovat Pythagore-ovu větu $a^2 + b^2 = c^2$, pro poměr mezi obvodem kruhu a jeho průměrem má z měření plynouti Ludolfovo číslo $\pi = 3,14 \dots$, pro součet úhlů v trojúhelníku 180° atd. Mimo geometrii Euklidovu známe dnes ještě mnoho geometrií jiných; každá z nich je správná, pokud je posuzujeme se stanoviště čistě logického. Otázka, která ze všech těchto geometrií je tou pravou geometrií fyzikálního prostoru, již potřebujeme při svých měřeních, byla pochopitelně předmětem mnoha diskusí; dnes víme, že odpověď na ni není možná, dokud nedoplníme axiomy geometrie určitými předpoklady o fyzikálních vlastnostech měřítek, jimiž geometrické vlastnosti prostoru vyšetřujeme. Geometrie a fyzika nedají se při měřeních prostorových oddělit.

Nejjednodušší je a stačí, jak ukazuje zkušenost, řekneme-li, že délka měřítka nezávisí na jeho poloze v prostoru aneb, že rozměry a tvar těles prakticky tuhých jsou vždy stejné, ať je přeneseme kamkoli. Takto doplněnou geometrii nazývá Einstein »praktickou« na rozdíl od geometrií »čistě axiomatických«, jejichž správnost či nesprávnost je otázkou čistě logiky. Praktická geometrie je podle Einsteina přírodní vědou; je to nejstarší část fyziky a otázku, je-li praktická geometrie geometrií Euklidovou nebo ne, může rozhodnouti jen zkušenost. Všechna délková měření ve fyzice spadají do praktické geometrie, stejně i měření geodetická a astronomická, připojíme-li k dosavadnímu jako experimentální fakt větu, že se světlo ve vakuu šíří přímočaře, při čemž přímkou můžeme definovati jako rotační osu prakticky tuhého tělesa.

Ovšem tvrzení, že délka našich měřítek nezávisí na jejich poloze v prostoru, není nic více než pouhý předpoklad, který se nedá ani dokázati ani vyvrátiti; nic by nám nemohlo zabrániti, abychom neprohlásili, že měřítko při každé změně polohy mění i svou délku způsobem sebe složitějším, jen když řekneme, že se zcela stejně chovají rozměry všech těles, všechny vzdálenosti mezi nimi, zkrátka $všechny$ délky vůbec. Již Lorentz, aby vyložil ze své teorie záporný výsledek

Michelsonova pokusu, předpokládal, že se rozměry všech těles na zemi smrští, jakmile připadnou do určitého směru, takže jejich skutečná délka je v onom směru menší než ve směrech jiných a plocha, která se v praktické geometrii na zemi nazývá kulovou, t. j. souhrn bodů, jejichž vzdálenosti od určitého bodu (středu koule) stanovené měřítkem jsou stejné, je ve skutečnosti elipsoid. Že se žádnými měřítky na zemi tato předpokládaná změna ani dokázati ani vyvrátiti nedá, bylo již vyloženo; důvod je ten, že se rozměry $všechny$ těles a tedy i všech měřítek změní zcela stejně. Nedala by se dokázati ani vyvrátiti, i kdyby byla ještě složitější, než Lorentz předpokládal; mohli bychom na př. o kulové ploše prohlásiti, že je to ve skutečnosti nějaká plocha zcela nepravidelná, která mění docela libovolně svůj tvar, přenášíme-li ji na jiná a jiná místa, jen když řekneme, že rozměry $všechny$ těles prodělávají zároveň zcela stejné změny jako rozměry oné koule. Lorentzova kontrakční hypotéza se ovšem netýkala délek světelných vln a nebylo tudíž vyloučeno, že se ji podaří dokázati jinak, na př. měřeními optickým, vskutku také možno se stanoviště Lorentzovy teorie hleděti na záporný výsledek pokusu Michelsonova jako na důkaz, že kontrakční hypotéza je správná. Předpokládáme-li však, že se ony změny vztahují ke $všem$ délkám bez rozdílu, pak ani měření fyzikální nic neprozradí. To plyne z toho, že všechna tato měření jsou našimi přístroji převedena na měření délková; teplotu měříme délkou rtuťového sloupce, vah užíváme, abychom vážení, t. j. srovnávání hmot, nahradili srovnáváním délek ramen vahadla, o měření délková jde, když určujeme hodnotu měřené veličiny z polohy ukazatele na stupnici měřicího přístroje atd. Změní-li se tedy všechny délky bez rozdílu stejně, nebude to mít vliv na výsledek našich měření, ať jsou jakákoli.

Ale pak by na místo jednoduché geometrie Euklidovy nastoupila geometrie jiná, mnohem méně jednoduchá; i zákony fyziky by se staly složitější. Kdybychom prohlásili, že to, co je v praktické geometrii kulovou plochou, je ve skutečnosti nějaká nepravidelná plocha, která mimo to ještě mění tvar, musili bychom důsledně říci, že se světlo ve vakuu nešíří na všechny strany stejně rychle, že se jeho rychlost mění, ba dokonce, že paprsek světelný není přímkou, ale že je to nějaká nepravidelná křivka. To vše je sice možné, ale sotva bychom to nazvali rozumným a proto to nečiníme. Význam Euklidovy geometrie pro fyziku tkví tedy především v její jednoduchosti;

rení to jediná a pravá geometrie fyzikálního prostoru, k němuž se vztahuje naše zkušenost, ale — jak ještě uvidíme, za jistých podmínek — nejjednodušší a nejvýhodnější. Bylo by ostatně i dosti nesnadné naléztí přijatelný důvod, proč by měla délka měřítka tam, kde není gravitačního pole, záviseti na poloze; v podstatě stejná úvaha vedla nás v posledním odstavci k tvrzení, že se v místech, kde gravitace vymizí, světlo šíří přímočaře.

Předpokladu, že délka prakticky tuhého měřítka je vždy a všude táž, odpovídá při měřeních časových předpoklad, že chod hodin je nezávislý na poloze i na čase. Nemusili bychom jej činití, mohli bychom zase říci, že se chod hodin, na př. kmitová perioda svítícího atomu, změní docela libovolně, přeneseme-li je na jiné místo, nebo že se mění i na téměř místě průběhem doby. Prodělává-li chod v š e c h hodin i průběh v š e c h pozorovatelných dějů změny docela stejné, nepoznáme patrně zase nic. Nezavádíme-li těchto představ, máme pro to stejné důvody co dříve. A jako se ukazuje, že měření prostorová vyhovují za uvedeného předpokladu o délkách měřítek zákonům Euklidovy geometrie, tak zase měření časová za obdobného předpokladu o chodu hodin splňují princip stálé rychlosti světelné.

To vše se zatím vztahuje jen k případu, kdy jsou splněny věty speciální teorie relativity, čili k lokálním soustavám souřadným, v nichž není gravitačního pole. V nich tedy podle našich předpokladů platí Euklidova geometrie i princip stálé rychlosti světelné. Bylo již vyloženo, že gravitace má vliv na výsledky všech měření, tedy i na výsledky měření prostorových a časových, takže nemůžeme hned předem říci, jak tomu bude tam, kde gravitační pole nevymizí; víme již ostatně, že princip stálé rychlosti světelné v gravitačním poli neplatí. Musíme zase vzít na pomoc princip ekvivalence, abychom věc rozhodli; při tom budeme, jak již řečeno, i v gravitačních polích užívat k měřením prostorovým a časovým týchž měřítek a hodin jako v lokálních soustavách souřadných.

20. Vliv gravitace na měření časová a prostorová.

Po příkladu Einsteinově zvolíme si k tomu soustavu, která se vzhledem k lokální soustavě souřadné otáčí stálou rychlostí. Pro názornost budeme si myslet dvě stejné velké desky kruhové, které jsou spolu rovnoběžné a jejichž středy jsou těsně nad sebou. Spodní deska nechť je trvale v klidu vzhledem k ně-

teré lokální soustavě souřadné a v celém jejím rozsahu nechť není gravitačního pole a platí věty speciální teorie relativity; deska horní nechť se vůči ní točí rovnoměrně kolem osy procházející oběma středy. Na obou deskách jsou pozorovatelé opatření měřítka a hodinami. Podle našich předpokladů potvrdí pozorovatelé na spodní desce při svých geometrických měřeních věty Euklidovy geometrie; když tedy na př. změří obvod a průměr nějakého kruhu na desce, dostanou pro poměr obou těchto délek Ludolfovo číslo π . Obvod kruhu vyměří tím, že kladou podél něho měřítka, jehož délka musí ovšem být malá proti délce obvodu, a stanoví, kolikrát je musí položit, aby obešli celý obvod dokola; stejně určí délku průměru. Pro měření časová nechť jsou v různých místech spodní desky rozestaveny hodiny, přesně jdoucí a přesně stejné; jejich údaje pak souhlasí v každé době, jakmile bylo postaráno o to, aby souhlasily v jediném okamžiku; to by se mohlo potvrdit světelnými signály, jak bylo vyloženo v první části této knížky (str. 50.). Pozorovatelé na horní desce mají identická měřítka i hodiny jako pozorovatelé na desce spodní; o tom se mohou přesvědčit tak, že je snesou do středu své desky, který je vzhledem k spodní desce v klidu, a tam je srovnají s měřítka i hodinami na této desce.

Mysleme si nyní hodiny, které jsou na horní desce, rozestaveny v jednotlivých jejích místech a ptejme se, mají-li i na této desce všude stejný chod. Odpověď dostaneme nejsnáze, postavíme-li se na stánovisko pozorovatele, který je na spodní desce, poněvadž pro něho platí věty speciální teorie relativity a ty již známe. Podle této teorie jdou hodiny, které konají vzhledem k pozorovateli rovnoměrný a přímočarý pohyb, pomaleji než identické hodiny, které jsou vůči němu v klidu (viz str. 66.); toto zvolnění chodu hodin je tím větší, čím větší je jejich rychlost vzhledem k pozorovateli. To nyní aplikujeme na hodiny na horní desce. Je sice pravda, že tyto hodiny nekonají vůči spodní desce pohyb rovnoměrný a přímočarý, neboť se otáčejí vzhledem k ní v kruhu, ale na druhé straně je jisto, že, jde-li o doby velmi krátké, lze i tento pohyb pokládati za rovnoměrný a přímočarý. A velmi krátká doba může stačit k rozhodnutí otázky, jaký je chod hodin na horní desce, vždyť bychom mohli užít jako hodin na př. atomů vysílajících světelné kmity, jichž je několik tisíc bilionů za sekundu; běží pak o to porovnání tyto kmitové doby v různých místech horní desky.

Hodiny, které jsou právě ve středu této desky, jsou vzhledem k spodní desce v klidu, mají tedy s nimi stejný chod. Ale všechny ostatní hodiny na horní desce se vůči desce spodní pohybují, jdou tudíž p o m a l e j i než hodiny na ní rozestavené a tím i pomaleji než hodiny, které jsou ve středu horní desky, a to tím více, čím dále jsou od středu, neboť tím větší je jejich rychlost vzhledem k desce spodní. A tak přicházíme k výsledku, že hodiny rozestavené na horní desce, která se točí vůči lokální soustavě souřadné kolem osy procházející jejím středem a kolmé k její rovině, nejdou stejně, ačkoli jsou přesně stejné a ačkoli identické hodiny rozestavené na spodní desce mají stejný chod, nýbrž jdou tím pomaleji, čím větší je jejich vzdálenost od středu desky. Že tu běží zase o změny, které jsou při obvyklých rychlostech nesmírně malé, netřeba snad ani výslovně podotýkati; bylo již na svém místě vyloženo, jak nepatrný je vliv pohybu na chod hodin.

Jak si to vyloží pozorovatelé na horní desce, kteří vztahují svá měření k ní? Otáčivým pohybem desky vzniká odstředivá síla, která roste úměrně se vzdáleností od středu desky a míří od něho. Pro pozorovatele na spodní desce je to projev setrvačnosti hmoty, jejímž vlivem se každé těleso snaží pohybovati se rovnoměrně a přímočaře vzhledem k lokální soustavě souřadné, kdežto na horní desce je nuceno otáčeti se v kruhu. Naproti tomu pro pozorovatele na desce horní, kteří se s ní pohybují, vztahují k ní svá měření a pokládají ji za klidnou tvrdí, že se točí spodní deska a s ní i ostatní hmoty vesmíru vzhledem k nim, je tato síla silou g r a v i t a č n í vzbuzenou otáčivým pohybem hmot vesmíru. Podle principu ekvivalence možno vše, co je způsobeno otáčivým pohybem horní desky, pokládati za účinek této gravitační síly; fakt, že přesně stejné hodiny nejdou ve všech místech horní desky stejně, budou tedy pozorovatelé, kteří na ní konají svá měření, pokládati za důkaz, že gravitace má vliv na chod hodin: Pro všechny hodiny, ať jsou založeny na jakémkoli principu, je tento vliv gravitace stejný; zcela stejně působí gravitace i na průběh všech fyzikálních dějů vůbec.

Nalezli jsme, že hodiny na horní desce jdou tím pomaleji, čím dále jsou od jejího středu; jdeme-li tedy s hodinami od středu této desky ve směru poloměru, čili ve směru gravitační síly, pak chod hodin neustále klesá. Tento vztah mezi chodem hodin a směrem gravitační síly platí obecně; podle něho by měly hodiny v údolí jíti pomaleji než na vrcholu vysoké hory,

neboť, sestupujeme-li s hory, jdeme ve směru gravitační síly zemské. Ovšem nesmíme při tom mysliti na kyvadlové hodiny — ty ostatně jdou v údolí rychleji než na horách — neboť to nejsou hodiny v tom smyslu, v jakém toho slova zde užíváme. nemají totiž vlastní periody. Spíše by se k tomu hodily kapesní hodinky, kdyby ovšem jejich přesnost nebyla pro tento pokus příliš malá. Jde tu totiž o změny tak nepatrné, že by se ani u nejpřesnějších hodin, které známe, u atomů vysílajících světelné kmity, nepodařilo konstatovati změnu chodu, t. j. změnu jejich kmitové doby, i kdybychom vystoupili na nejvyšší horu země. Můžeme však porovnat chod těchto atomových hodin na zemi a na slunci. Jdeme-li od země k slunci, pak s počátku, v přímém sousedství země, kde ještě gravitační účinek země převládá nad gravitačním účinkem slunce, jdeme proti směru gravitační síly, ale brzo, poměrně ještě blízko u země, převládne vliv slunce a potom již postupujeme v témž směru, v jakém míří gravitační síla. S počátku se tedy chod atomových hodin bude urychlovati, potom se bude zvolňovati, celkem však není pochybnosti o tom, že za podmínek jinak stejných budou atomy na slunci kmitati p o m a l e j i než na zemi. Vlnové délky světla jimi vysílaného budou na slunci větší, čáry ve slunečním spektru budou posunuty k červenému kraji viditelného spektra vůči čarám ve spektru téže látky svítící na zemi. Jak tento gravitační posuv spektrálních čar byl zkoumán a potvrzen, bylo již vyloženo (str. 107.).

Přejdeme k měřením prostorovým; představme si na př., že se pozorovatelé na horní desce pokusí stanovit poměr mezi obvodem a průměrem nějakého kruhu opsaného kolem středu jejich desky. Obě délky změří způsobem již popsaným; kladou nejdříve měřítko podél obvodu kruhu a určí, kolikrát je musí položit, aby obešli celý kruh, pak stanoví, kolikrát musí položit měřítko podél celého průměru; poměr obou těchto čísel dává jim hledaný poměr mezi délkou obvodu a délkou průměru měřeného kruhu. K čemu dojdou, poznáme zase nejlépe, postavíme-li se na stanovisko pozorovatele na desce spodní, pro něhož platí věty speciální teorie relativnosti. Vzhledem k němu se měřítko horní desky pohybují; jsou-li kladena podél obvodu, čili, jak také možno říci vzhledem k tomu, že délka měřítek je velmi malá vůči délce obvodu, jsou-li kladena ve směru tečny kruhu, pohybují se vůči pozorovateli na spodní desce ve směru své osy a zkrátí se (str. 64.). Jsou-li však měřítko kladena podél průměru, pohybují se vzhledem k pozoro-

vateli na spodní desce kolmo k své ose a délka jejich se nezmění. Musí tedy pozorovatelé na horní desce položit měřítko podél obvodu kruhu vícekrát, aby jej obešli, než pozorovatelé na spodní desce přes to, že oba užívají měřítek identických. Naproti tomu při měření průměru není mezi jejich výsledky rozdíl. Z toho plyne, že pro poměr mezi délkou obvodu kruhu a délkou jeho průměru naměří pozorovatelé na horní desce více než na desce spodní a patrně tím více, čím větší je průměr měřeného kruhu, neboť s rostoucím průměrem roste i rychlost měřítek kladených podél obvodu vzhledem k spodní desce a roste i Lorentzova kontrakce tímto pohybem vzniklá. Poměr mezi obvodem kruhu a jeho průměrem není pro pozorovatele, kteří konají měření na horní desce, roven Ludolfovu číslu π , jak je tomu na desce spodní, kde platí Euklidova geometrie, ale je větší, není ani stálý, nýbrž roste s průměrem kruhu. Věty Euklidovy geometrie tedy na horní desce neplatí; nejsou splněny v gravitačním poli. Můžeme ovšem říci ihned, že odchylky od nich budou jisté v obvyklých gravitačních polích nepatrné; to plyne z toho, že Lorentzova kontrakce je při obvyklých rychlostech nesmírně malá, ostatně, kdyby ony odchylky nebyly malé, prozradily by se již dávno při měřeních astronomických nebo geodetických.

A tak důsledné provedení myšlenky, že všechny pohyby jsou relativní, vede k tomu, že, je-li praktická geometrie geometrií Euklidovou tam, kde není gravitačního pole, není jí v místech, v nichž gravitační pole nevymizí. Nesplnila se předpověď Poincaréova, že se fyzika nikdy nevzdá Euklidovy geometrie právě pro její jednoduchost, a ukáže-li se někdy spor mezi větami této geometrie a výsledky našich měření, že raději změníme zákony fyziky, než abychom prohlásili věty Euklidovy geometrie za nesprávné. Možné by to bylo, neboť, jak již vyloženo, abychom mohli geometrické věty aplikovati na skutečná měření, musíme je doplnit větami fyzikálními; teprve pak lze rozhodnouti otázku, souhlasí-li věty této doplněné geometrie se zkušeností. Mohli bychom tedy hned předem prohlásiti určitou geometrii za správnou — je ovšem zřejmé, že bychom si zvolili k tomu geometrii co nejjednodušší — tu pak bychom doplnili fyzikálními větami tak, aby nebylo sporu s výsledky pozorování. Gauss měřil součet úhlů v trojúhelníku, jehož strany činily několik *km*; byly to světelné paprsky spojující tři pevné body na zemi. Rozdíl mezi hodnotou jím nalezenou a 180° nepřesahoval pozorovacích chyb; měření tedy

souhlasila s Euklidovou geometrií. Kdyby se byl ukázal rozdíl, mohli bychom přece ještě říci, že Euklidova geometrie je správná, za to však, že paprsky světelné nejsou přímé. Mohli bychom ovšem také trvati na přímočarosti světelných paprsků, pak bychom musili věty Euklidovy geometrie prohlásiti za nesprávné. V Gaussově případě nastalo podle Einsteinovy teorie obojí; věty Euklidovy geometrie nebyly splněny a paprsky světelné byly zakřiveny, obojí je způsobeno gravitačním polem, ale v míře tak nepatrné, mimo jiné i proto, že trojúhelník měřený Gaussem byl přibližně v horizontální rovině, že by bylo třeba přesnost měření nesmírně zvýšiti, aby se odchylky tím způsobené daly konstatovati.

Všimněme si ještě předpokladů, z nichž jsme dospěli k důsledku, že v gravitačním poli Euklidova geometrie neplatí. Je to především správnost vět speciální teorie relativnosti — z nichž jsme vlastně potřebovali jen Lorentzovu kontrakci — a vět Euklidovy geometrie v té části prostoru, kde není gravitačního pole. Dále princip ekvivalence a konečně zásada, že vzdálenost dvou bodů měříme vždy, ať je to v gravitačním poli nebo ne, měřítkem z prakticky tuhé látky, které k nim přiložíme a které je vzhledem k nim v klidu. Pozorovatelé na horní desce, rotující, v příkladě svrchu vyloženém, vyměřují obvod i průměr kruhu zcela tak jako pozorovatelé na desce spodní. Nehledí při tom k Lorentzově kontrakci; pro ně je stejně jako na spodní desce vzdálenost dvou bodů dána počtem dílců, jež čtou na prakticky tuhém měřítku k oběma bodům přiloženém, ať toto měřítko leží ve směru průměru desky nebo kolmo k němu. Kdyby korigovali svá měření vzhledem k Lorentzově kontrakci, dospěli by ovšem také k výsledku, že poměr mezi obvodem a průměrem kruhu je stálý a roven π jako v Euklidově geometrii, ale tento postup by nebyl se stanoviska teorie relativnosti, podle níž jsou všechny soustavy souřadné úplně rovnocenné, důsledný čili, jak Einstein praví, tento způsob měření délek by nebyl »přirozeným«.

Einsteinova teorie relativnosti přivedla tedy fyziku na jiné cesty, než očekával Poincaré. Není však bez zajímavosti, že Einstein sám pokládá názory Poincaréovy za správné »sub specie aeterni«. Představují podle něho jakýsi ideální cíl, konečnou metu teorie prostorových měření. Bylo by ovšem k tomu třeba napřed pojem měřítka a jemu odpovídající pojem hodin analysovat a nahraditi pojmy jednoduššími; bylo již řečeno, že to dnes není možné.

Geometrické vlastnosti prostoru čili, jak také budeme říkat, metrika prostoru závisí tedy na gravitačním poli a tím i na rozdělení a pohybu prostorových hmot. Mění-li se gravitační pole, mění se i metrika prostoru; odchylky od Euklidovy geometrie na rotující desce v příkladě svrchu uvedeném jsou tím větší, čím větší je průměr měřeného kruhu, nebo čím rychleji deska rotuje; v obou případech je i gravitační pole na obvodu kruhu silnější. Prostor, v němž konáme měření, nemá podle obecné teorie relativnosti sám o sobě určitých geometrických vlastností; teprve hmota, která v něm je, mu je udílí. Toto spojení metriky fyzikálního prostoru s gravitací je jistě jeden z nejkrásnějších výsledků Einsteinovy teorie.

Bylo již řečeno, že odchylky od zákonů Euklidovy geometrie jsou v těch gravitačních polích, se kterými se v praxi setkáváme, velmi malé a není naděje, že by se daly dokázat měření v gravitačním poli země. Ale přece se podařilo je dokázat, ovšem v gravitačním poli slunce, na zjevu vyloženém na str. 103. Je to posuv zdánlivých poloh stálic na obloze způsobený vlivem gravitačního pole slunce na dráhu světelného paprsku. Z principu ekvivalence jsme usoudili, že se paprsek světelný v gravitačním poli prohne; dráha, kterou by měl při tom opisovat, je táž jako dráha vrženého tělesa. To se prozradí, jak tam vyloženo, posuvem zdánlivých poloh stálic, které jsou na obloze blízko slunce; bylo řečeno, že se stálice, která je na obloze těsně při slunečním okraji, posune o 1.75 úhlových sekund. Vypočteme-li však skutečně tento posuv z gravitačního pole slunce, užívající při tom vět Euklidovy geometrie, dostaneme hodnotu $p o l o v i č n í$, 0.87 sekundy, tedy totéž, co dává emisní teorie světla, podle níž je paprsek drahou světelné částice vymrštěné zdrojem. Tuto poloviční hodnotu našel také Einstein ve své první práci (z r. 1911) o vlivu gravitace na dráhu světelného paprsku, dokud ještě nevěděl, že se myšlenka relativnosti všech pohybů nedá sloučit s universální platností vět Euklidovy geometrie. Teprve později (1916), když poznal, že Euklidovy geometrie v tomto případě užítí nelze, dospěl z obecných diferenciálních rovnic pro gravitační pole, o nichž v dalším bude řeč (odst. 24.), k hodnotě 1.75. V tom, že toto číslo bylo měření potvrzeno, možno viděti důkaz, že metrika prostoru v gravitačním poli není euklidovská.

Nyní také můžeme doplniti to, co bylo řečeno na str. 71. o t. zv. h o d i n o v é m p a r a d o x u. Jde tu o tento pokus, ovšem myšlený. Dvoje hodiny, H a H' , které jdou přesně stejně

a také stejně ukazují, jsou v klidu vzhledem k lokální soustavě souřadné S . Hodiny H nezmění své polohy vůči oné soustavě, ale na hodiny H' počne v jistém okamžiku působiti síla F , která jim udělí urychlený pohyb vzhledem k S . Když tyto hodiny dosáhnou rychlosti v , síla F zmizí a hodiny se pohybují dále vlastní setrvačností, s nezměněnou rychlostí a v témž směru. Po nějaké době počne působiti na ně nová síla F' , opačného směru než první, ta je nejdříve zastaví, potom je uvede do urychleného pohybu směrem zpátečním. Hodiny H' nabudou v tomto směru rychlosti v , síla F' zmizí, hodiny se pohybují zase vlastní setrvačností, až se přiblíží k místu, kde jsou hodiny H . Nová síla F'' je zastaví, takže se na konec hodiny H' vrátí do své původní polohy k hodinám H . Předpokládáme při tom, že hodiny H' během svého pohybu neopustily tu část prostoru, v níž lze zavést lokální soustavu souřadnou S , vůči které jsou hodiny H po celou dobu onoho pokusu v klidu. Je nyní otázka, ukazují-li oboje hodiny i po skončení celého děje stejně, po případě, které jdou později.

Posuzujeme-li vše se stanoviska lokální soustavy souřadné S , je věc jednoduchá; v ní není gravitačního pole a platí věty speciální teorie relativnosti. Hodiny H' vykonaly vzhledem k soustavě S rovnoměrnou translaci, jednou ve směru od hodin H , po druhé zpátky; podle vět speciální teorie (str. 66.) jdou během obou těchto pohybů pomaleji než hodiny H , které jsou vzhledem k S v klidu. Jaký vliv na chod hodin H' mají jejich urychlené pohyby vůči S , které konají, když vnější síla jejich pohyb urychluje nebo zastavuje, nevíme, ale můžeme si představit, že každý tento pohyb trvá vždy tak krátce, že se změna jejich chodu, jež by jeho účinkem snad nastala, v jejich údajích ani neprojeví. Z toho tedy plyne, že po návratu do původní polohy budou hodiny H' o p o ž d ě n y vůči hodinám H .

Paradox se nyní hledá v tom, že vzhledem k požadavku obecné relativnosti pohybu je možno také hodiny H' pokládati za klidné; pak se pohybují hodiny H a pohyb jejich je podobný, jako byl pohyb hodin H' , když jsme pokládali za klidné hodiny H . Po skončení celého děje měly by tedy hodiny H , jež se pohybovaly, býti opožděny vůči hodinám H' , jež byly v klidu; výsledek, který se naprosto nedá srovnati s tím, co jsme našli dříve. Chyba tohoto úsudku je v tom, že souřadná soustava S' spojená s hodinami H' , vůči níž jsou tudíž tyto hodiny v klidu, není po celý pokus soustavou lokální a gravitační pole nevymizí ve všech jeho fázích, pokládáme-li za klidné hodiny

H' a s nimi i soustavu S' , takže musíme hleděti i k vlivu gravitace na chod hodin.

V soustavě S' jeví se celý svrchu popsaný děj takto: S počátku není gravitačního pole, soustava S' splývá s lokální soustavou S . V tom okamžiku, kdy počne působiti na hodiny H' síla F , vznikne gravitační pole opačného směru, jímž se účinek této síly právě ruší, takže hodiny H' zůstanou v klidu, za to však hodiny H počnou padat. Soustava S' spojená s hodinami H' není již lokální. Když hodiny H dosáhnou rychlosti v vůči soustavě S' , zmizí síla F , současně zmizí i gravitační pole a hodiny H se pohybují dále stálou rychlostí v , kdežto hodiny H' jsou pořád v klidu. Soustava S' je zase soustavou lokální. Po určité době vznikne síla F' , jež zase účinkuje na hodiny H' , ale má opačný směr než síla F ; gravitační pole, které vznikne zároveň s ní, udržuje tyto hodiny v klidu; soustava S' přestává býti soustavou lokální. Pohyb hodin H se tímto polem nejdříve zastaví, potom se obrátí, hodiny H počnou se vraceti k hodinám H' . Síla F' působící na hodiny H' zmizí, s ní zmizí i gravitační pole a hodiny H se nyní pohybují směrem k hodinám H' stálou rychlostí; soustava S' je soustavou lokální. Konečně počne nová vnější síla F'' , téhož směru jako byla síla F , působiti na hodiny H' ; gravitační pole, jež vznikne současně s ní, je udržuje v klidu a zároveň zastaví pohyb hodin H právě v místech, kde jsou hodiny H' .

Pokud se hodiny H pohybují vůči hodinám H' stálou rychlostí, je soustava S' s těmito hodinami spojená soustavou lokální a platí v ní věty speciální teorie relativity. Při těchto pohybech se tedy hodiny H skutečně opozdí vůči hodinám H' . Ale toto opoždění se víc než vynahradí vlivem gravitačního pole na chod hodin H i H' . Pokud jsou oboje hodiny pohromadě, anebo aspoň velmi blízko u sebe, je vliv pole na jejich chod stejný, rozdíl mezi údaji obou hodin tedy nevznikne. To je na počátku a na konci celého pokusu. Ale v gravitačním poli, jež vznikne mezitím a jímž se pohyb hodin H nejdříve zastaví a potom obrátí, jdou hodiny H' pomaleji než hodiny H , poněvadž leží vůči nim ve směru gravitační síly. Během té doby rostou tedy údaje hodin H rychleji než údaje hodin H' a počet ukazuje, že hodiny H předběhnou za tu dobu hodiny H' právě o dvakrát tolik, o č se opozdí při obou rovnoměrných pohybech. Konečný výsledek, který dostaneme, pokládáme-li hodiny H' za klidné, je tedy přesně týž co dříve, kdy jsme pokládali za klidné hodiny H ; na konec jdou zase hodiny H' později než hodiny H .

Jak viděti, vše závisí na předpokladu, že hodiny H jsou trvale v klidu vzhledem k jisté lokální soustavě a že hodiny H' nikdy neopustí té části prostoru, v níž ona soustava platí. Za jiných předpokladů byl by i výsledek jiný; tak na př. možno snadno udati pokus, kdy na konec jdou oboje hodiny zase stejně. Mysleme si troje hodiny, H , H' a H'' , všechny jsou přesně stejné a s počátku přesně stejně ukazují. Hodiny H jsou trvale v klidu vzhledem k jisté lokální soustavě; hodiny H' a H'' se vůči nim pohybují způsobem popsaným svrchu, ale v opačných směrech, takže jejich pohyby jsou symetrické vzhledem k H . Když se vrátí k hodinám H , budou oboje vůči nim zpožděny, ale patrně zpozdí se stejně, takže ke konci pokusu ukazují hodiny H' a H'' zase stejně. Pokládejme nyní za klidné hodiny H' a hodiny H si odmysleme. Hodiny H'' konají vůči klidným hodinám H' docela podobný pohyb, jaký byl popsán svrchu; nejdříve se pohybují urychleně, potom rovnoměrně a v přímce, pak se zastaví, pohybují se zpět, s počátku zase urychleně, pak rovnoměrně, až se vrátí k hodinám H' . A přece jsou na konec údaje obojích hodin stejné, jak byly s počátku. Celkem lze říci, že výsledky všech těchto (myšlených) pokusů s hodinami závisí na tom, jaký byl pohyb hodin vzhledem k lokální soustavě souřadné, čili vzhledem k ostatním hmotám v prostoru.

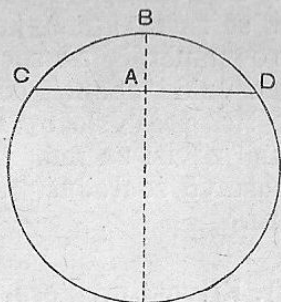
21. Křivost prostoru.

Sem nyní vsuneme několik úvah rázu geometrického. Našli jsme, že v prostoru, v němž je gravitační pole, neplatí věty Euklidovy geometrie; jako míra pro odchylky metrických vlastností prostoru od euklidičnosti zavádí se v geometrii t. zv. křivost prostoru. Je to pojem čistě početní, který ostatně není omezen na prostor trojrozměrný. Nemáme sice pro něj přímého názoru, ale vzhledem k jeho významu v Einsteinově teorii pokusíme se učiniti jej přístupnějším často uváděnou analogií, která je v podstatě od Helmholtze.

Představme si rozumové bytosti žijící na nějaké ploše; jen v ní se mohou pohybovati a konati měření, z toho, co je mimo ni, neznají a nemohou poznati nic. Jsou to tedy bytosti dvojrozměrné a mohli bychom si je mysliti jako kousky velmi tenkého papíru, které se po oné ploše posouvají. Také jejich prostor je dvojrozměrný a názorná představa prostoru trojrozměrného, v němž žijeme my, bude jim právě tak nemožná

jako nám představa prostoru čtyřrozměrného. Stejně nemají ony bytosti názoru o tom, jaký je rozdíl mezi rovinou a křivou plochou, je-li plocha, na níž žijí, čili, jak ony samy by asi spíše řekly, jejich (dvojměrný) prostor zakřiven a jak, neboť k tomu všemu je třeba tří rozměrů. A přece mohli by z měření na své ploše a matematickými úvahami dospět k pojmu křivosti svého prostoru, který je ovšem pro ně čistě početní; mohou také poznati, že se mimo jejich vlastní dvojměrný prostor dají mysliti ještě jiné prostory dvojměrné, jejichž křivost je jiná.

Pro jednoduchost budeme předpokládati, že ony bytosti žijí na ploše kulové. Jejich základní pojmy geometrické nechť jsou stejné jako naše; nejdříve tedy bod, pak čára, jež vzniká pohybem bodu, konečně plocha, jež se vytvoří pohybem čáry. Ta bude pro ně nejvyšším prostorovým útvarem, jako pro nás



Obr. 10.

je jím trojrozměrné těleso. Předpokládejme dále, že ony bytosti měří délky, úhly atd. stejně, jako je měříme na kouli my, platí-li v našem trojrozměrném prostoru Euklidova geometrie.

Pro nás jsou všechny čáry na kulové ploše křivé, ale nemáme zapomenouti, že ony fingované bytosti budou posuzovati křivost čar jinak než my, neboť pro tu její část, která souvisí s křivostí plochy, na které žijí, nemají názoru. Vskutku také najdou na své ploše čáry, které mají pro ně podobný význam jako pro nás přímky; jsou to čáry, jež vedou nejkratší cestou z jednoho bodu do druhého a jež bychom mohli nazvati čáry nejprímější. Vědecké jejich jméno je *geodetické*; na kulové ploše jsou to oblouky největších kruhů, t. j. kruhů, jejichž středy splývají se středem koule; na jiných plochách mají ovšem tvar složitější. Útvar ohraničený třemi

oblouky takových kruhů bude pro ony bytosti tím, čím je pro nás trojúhelník utvořený ze tří přímek; jejich kruh bude sice i pro nás kruhem, ale střed a průměr bude mít jiný. Jeho střed nemůže pro ně ležeti v bodě *A* (obr. 10) mimo kulovou plochu, kam jej klademe my, nýbrž musí býti na ploše samé; bude to patrně bod *B*, od všech bodů kružnice stejně vzdálený. Průměrem kruhu nebude tetiva *CD*, ale oblouk největšího kruhu *CBD*.

Jaká bude za těchto předpokladů geometrie oněch bytostí? Na to je snadná odpověď, neboť geometrii na kouli známe. Řekněme, že jde o poměr mezi obvodem a průměrem kruhu. Kdyby průměrem kruhu byla tetiva *CD*, byl by onen poměr roven Ludolfovu číslu $\pi = 3.14\dots$, ať by šlo o kruh průměru jakéhokoli. Ale naše dvojměrné bytosti pokládají za průměr oblouk *CBD*, který je vždy větší než tetiva *CD*; dostanou tedy pro poměr mezi obvodem kruhu a jeho průměrem méně než π . Nebude to ani stálé číslo, neboť pro kruhy rozměrů velmi malých je rozdíl mezi tetivou *CD* a obloukem *CBD* nepatrný, s rostoucími rozměry kruhu však roste, takže poměr mezi obvodem kruhu a jeho průměrem bude tím menší, čím větší bude jeho průměr; pro kruhy velmi malé bude činiti skoro π , pro největší kruh na ploše bude roven dvěma. Podobně nebude stálým součet úhlů v trojúhelníku, nýbrž poroste s jeho plochou; v trojúhelnících velmi malých, jejichž strany možno pokládati za přímky i v prostoru trojrozměrném, bude činiti velmi přibližně 180° , kdežto v trojúhelníku, jehož plocha se rovná osmině celého povrchu koule, bude roven 270° . Zkrátka, pro dvojměrné bytosti žijící na kulové ploše neplatí věty Euklidovy geometrie. Neplatí pro ně také známý Euklidův axiom o rovnoběžkách, podle něhož lze k dané přímce vésti bodem mimo ni ležícím jedinou rovnoběžku čili jedinou přímku, která danou přímku nikde v konečnu neprotíná. Pro naše bytosti na kulové ploše takové rovnoběžky není, neboť všechny jejich přímky, t. j. všechny největší kruhy na kouli, se navzájem protínají.

Můžeme si nyní představit, že by se našli mezi nimi počtáři, kteří by ukázali, že se dají mysliti ještě jiné dvojměrné prostory, v nichž platí jiné geometrické vztahy. Tak na př. prostor, v němž poměr mezi obvodem kruhu a jeho průměrem je stálý a rovná se té hodnotě, které v jejich prostoru nabývá jen u kruhů velmi malých, totiž π , jiné prostory, v nichž onen poměr klesá rychleji než v jejich vlastním pro-

storu, jiné zase, v nichž klesá pomaleji, konečně ještě v jiných prostorech by onen poměr s rostoucím průměrem také rostl. Oni matematikové by asi ukázali dále, že se rozdíl mezi všemi těmito prostory dají vystihnouti jistou matematickou veličinou, která v prostoru, v němž platí jiná geometrie, má i jinou hodnotu a která není nic jiného než to, co my nazýváme (Gaussova) křivost. Ta je rovna nule pro plochy, na nichž platí Euklidova geometrie — k nim patří nejen rovina, ale i každá plocha, která se dá bez deformace do roviny rozvinouti, jako na př. plocha válcová nebo kuželová — je kladná na plochách, na kterých poměr mezi obvodem kruhu a jeho průměrem klesá, roste-li průměr, jak je tomu u koule, konečně je záporná u ploch sedlovitých, na nichž onen poměr s rostoucím průměrem kruhu také roste.

A tak by naši dvojrozměrní matematikové dospěli početními úvahami k pojmu křivosti plochy; z měření vykonaných v ploše, na níž žijí, mohli by i onu křivost vypočísti a to patrně i tehdy, když by nebyla všude táž jako u kulové plochy, nýbrž měnila se od místa k místu. Ostatně docela tak se určuje i křivost povrchu naší země v jednotlivých místech. Ale pojem křivosti plochy byl by pro ony bytosti čistě početní; neměly by smyslových dojmů, které by jim umožňovaly spojovati s ním nějakou představu.

To vše se dá přenést do našeho trojrozměrného prostoru. Vůči němu jsme v témž poměru jako dvojrozměrné bytosti, o nichž byla svrchu řeč, vůči ploše, na které žijí; nemůžeme z něho ven a nemůžeme se na něj podívat z prostoru, který má čtyři nebo i více rozměrů. Můžeme však matematickými úvahami odvoditi pojem křivosti trojrozměrného prostoru, který je úplně analogický pojmu křivosti plochy, a můžeme říci, že křivost prostoru, v němž platí věty Euklidovy geometrie, je rovna nule, kdežto prostor, v němž ony věty neplatí, má křivost od nuly rozdílnou. Z metrických vlastností prostoru můžeme pak onu křivost vypočísti; je to ovšem pojem, se kterým nespojujeme žádných názorných představ právě tak, jako jich nemají ony dvojrozměrné bytosti pro pojem křivosti plochy, ale stačí, že se dá matematicky přesně definovati.

Věta, že v gravitačním poli neplatí věty Euklidovy geometrie, dá se tedy vysloviti i tak, že v gravitačním poli je prostor zakřiven; podle toho, jak se mění pole od místa k místu nebo i v témž místě během času, mění se křivost prostoru. V obyčejných gravitačních polích je tato křivost velmi malá a

odchyly od vět Euklidovy geometrie daly by se konstatovati jen měřením v rozměrech nesmírně velikých. I to vysvitne nejlépe analogií s geometrií na plochách.

Bylo vyloženo, že dvojrozměrné bytosti žijící na povrchu kulové plochy mají jinou geometrii, než je geometrie Euklidova; tak na př. součet úhlů v trojúhelníku ohraničeném nejprůmějššími čarami není stálý a nerovná se 180° . Ale tato odchylka od Euklidovy geometrie je tím menší, čím kratší jsou strany trojúhelníku; u trojúhelníků velmi malých liší se součet úhlů od 180° nepatrně, neboť jejich strany jsou již skoro přímkami. A obecně dá se každá velmi malá část jakékoli plochy nahraditi rovinou — je to patrně část roviny tečné — pokud tedy z ní nevystoupíme, platí v ní věty Euklidovy geometrie. Těchto vět ostatně užíváme i při geodetických měřeních na povrchu zemském v malých rozměrech, teprve při větších vzdálenostech vystupuje vliv křivosti zemského povrchu. Jak velkou část plochy lze mít za rovinu, záleží jednak na křivosti plochy, jednak na přesnosti našich měření; čím menší je křivost a čím méně přesná jsou naše měření, tím větší část plochy se dá nahraditi tečnou rovinou.

Stejně lze i každou dosti malou část prostoru trojrozměrného pokládati za rovinnou; pokud naše měření z něho nevybočí, platí věty Euklidovy geometrie. Proto již Gauss, když zkoumal, jsou-li tyto věty splněny, měřil součet úhlů v trojúhelníku, jehož strany měly několik *km*, ovšem i ty vzdálenosti se ukázaly pro tento účel malými.

Mysleme si ještě na kulové ploše trojúhelník ohraničený oblouky největších kruhů. Ten se dá, jak je beze všeho viděti, posunouti do libovolného místa této plochy beze změny tvaru, můžeme si také kdekoli na ní sestrojiti jiný trojúhelník, který je s prvním shodný, t. j. má s ním stejné strany a úhly. I všechny ostatní dvojrozměrné útvary dají se posunovati po kulové ploše, aniž mění při tom tvar. To však není možné na každé ploše. Představme si plochu, která má tvar vejce; sestrojíme-li na ní v různých místech trojúhelníky ohraničené geodetickými čarami, které, jak již řečeno, mají na ní týž význam jako přímkami v rovině, pak, jsou-li stejné jejich strany, nejsou stejné jejich úhly; ony trojúhelníky nemají tedy stejný tvar, nejsou shodné. Součet úhlů v trojúhelníku, který je na ostřejším konci vejčité plochy, liší se od 180° více než součet úhlů v trojúhelníku se stejnými stranami, který však je na konci tupějším. Podobně kruh narýsovaný na ostřejším konci

oné plochy má menší obvod než kruh stejného poloměru — měřeného ovšem podél geodetické čáry — na konci tupém. Na vejčité ploše se tedy dvojrozměrné útvary nedají posuňovatí beze změny tvaru. Kulová plocha je dvojrozměrný prostor, jehož křivost je všude stejná, kdežto křivost vejčité plochy se mění od místa k místu; obecně lze říci, že jen ve dvojrozměrných prostorech stálé křivosti (rovi, a, plocha válcová, kulová atd.) mohou mít dvojrozměrné útvary všude též tvar, nezávislý na poloze.

I to se dá přenést na prostor trojrozměrný; jen tehdy, když je jeho křivost všude stejná, můžeme říci, že jsou rozměry těles v něm obsažených nezávislé na poloze. Prostor, v němž je gravitační pole, této podmínce nevyhovuje, proto musíme říci, že se rozměry těles změní, změní-li se jejich poloha. Je ovšem patrné, že tyto změny nezávisí na látce, z níž to které těleso je.

22. Obecný princip relativnosti.

Okolnost, že v gravitačním poli neplatí věty Euklidovy geometrie a chod hodin závisí na poloze, znamená značné ztížení úlohy, o jejíž řešení nám jde, totiž naléztí takovou formulaci rovnic fyzikálních, jež by vyhovovala požadavku obecné relativnosti pohybu a při níž by ony rovnice měly ve všech soustavách souřadných stejný tvar. Ve speciální teorii relativnosti, kde běželo o podobnou úlohu, ovšem jen pro inerciální soustavy souřadné, poskytla nám bezpečný základ Lorentzova transformace, odvozená z principu stálé rychlosti světelné a za předpokladu, že platí Euklidova geometrie; nyní nejen že takového základu nemáme, ale dokonce ani nemůžeme k určení polohy děje užívatí soustavy souřadné, kterou jsme tam zavedli a která je dána tuhým útvarem složeným ze tří rovin k sobě kolmých, poněvadž i její platnost je vázána na podmínku, že jsou splněny věty Euklidovy geometrie. A stejně je tomu s měřením časovým; závisí-li v gravitačním poli chod hodin na jejich poloze, pak patrně nelze definovatí měření času tak, jak jsme to učinili ve speciální teorii. A dokud neumíme udatí polohu a čas děje, není matematická formulace přírodních zákonů možná; nemůžeme ani vyšetřítí, jaký vliv má gravitace na metrické vlastnosti prostoru a na chod hodin. Jsme tu v jakémsi bludném kruhu, z něhož musíme naléztí východisko. Pokusím se v dal-

ším vyložiti, jak dospěl Einstein k cíli; běží ovšem o úvahy velmi subtilní a obtížné, zvláště když není možno užítí stručné a přesné řeči matematiky.

Bylo již řečeno a vyloženo na příkladech (str. 115.), že všechna měření fyzikální jsou převedena našimi měřicími přístroji na měření délková. Půjdeme nyní o něco dále. Délková měření provádíme tak, že konstatujeme, s kterými dílci měřítka oba konce měřené délky splynou. Analysujeme-li tedy, co vlastně je předmětem měření a co vlastně pozorujeme, můžeme říci, idealisující celý proces, pokud možno, že při každém měření jde o zjištění fakta, že dva hmotné body koincidují, t. j. že jsou ve stejném čase na stejném místě. A tyto prostoro-časové koincidence hmotných bodů jsou, přesně vzato, to jediné, co má fyzikální realitu; ve všech fyzikálních teoriích je nutné a neměnitelné jen to, co se jich týká, vše ostatní mohlo by se nahradití jiným. Dva výklady, které vedou k týmž prostoro-časovým koincencím hmotných bodů, jsou zásadně stejně možné a stejně správné, neboť žádným měřením nenalezneme rozdíl mezi nimi. Souřadnice slouží jen k tomu, abychom tyto koincidence početně vyjádřili.

Uvažme nyní, co z toho plyne. Pro jednoduchost budeme předpokládatí, že platí věty speciální teorie, takže můžeme zavéstí měření polohy a času fyzikálních dějů tak, jak bylo vyloženo v první části této knížky. Víme sice, že je to možné jen v omezeném rozsahu prostorovém a časovém, ale tato okolnost nebude mítí vlivu na výsledky našich úvah. Zvolíme si zase tři osy souřadné k sobě kolmé; jimi lze položití tři roviny souřadné, také k sobě kolmé. Souřadnice libovolného bodu jsou dány délkami úseček, jež utínají na souřadných osách kolmice spuštěné z onoho bodu, aneb, což je totéž, jež utínají roviny procházející oním bodem a rovnoběžné s rovinami souřadnými. Každému bodu v prostoru jsou tak přidělena tři čísla, jež určují jeho polohu. Pro měření času si myslíme po prostoru rozloženy hodiny, které zařídíme na synchronní chod způsobem již vylíčeným (str. 50.). Pro názornost můžeme si představití, že rovinami rovnoběžnými s rovinami souřadnými a stejně od sebe vzdálenými vytvoříme v celém prostoru jakousi síť, složenou ze shodných krychlí, do jejichž rohů dáme hodiny a každý roh označíme jeho souřadnicemi. Je-li tato síť dosti hustá, možno z ní stanovití polohu i čas každého děje s dostatečnou přesností; stačí vzítí k tomu souřadnice nejbližšího rohu a čas udávaný

hodinami, které v něm jsou. Fakt, že dva hmotné body koincidují, vyjádří se pak početně takto. Nechť jsou x_1, y_1, z_1 souřadnice prvního hmotného bodu v čase t_1 ; x_2, y_2, z_2 souřadnice druhého bodu hmotného v čase t_2 ; podmínkou prostoro-časové koincidence obou bodů je, aby, splynou-li časy, splynuly i polohy bodů, aby tedy pro $t_1 = t_2$ bylo i $x_1 = x_2, y_1 = y_2, z_1 = z_2$.

Představme si nyní, že se celá tato síť, kterou si myslíme jakoby do prostoru vloženu, deformuje. Osy souřadné, dříve přímé, přejdou v křivky, roviny, jimiž síť byla vytvořena, v zakřivené plochy, jež nejsou ani navzájem rovnoběžné ani stejně od sebe vzdáleny; z krychlí, z nichž se síť skládá, stanou se nepravidelné, šestistěnné buňky. Jednotlivým rohům těchto buněk ponecháme ta čísla, která měly před deformací, a prohlásíme je za souřadnice prostorového bodu, v němž ten který roh právě je. Ale tyto souřadnice nemají již toho geometrického významu, který měly dříve; je to jednoduše trojice hodnot určujících polohu bodu v prostoru. Souřadnice téhož prostorového bodu před deformací souřadné sítě byly ovšem jiné, neboť byl v něm jiný roh sítě; známe-li je a víme-li, jak se síť deformovala, můžeme jeho nové souřadnice vypočísti. Pravíme, že tyto nové souřadnice, jež označíme x', y', z' , jsou funkcemi starých souřadnic x, y, z , a píšeme

$$x' = f_1(x, y, z) \quad y' = f_2(x, y, z) \quad z' = f_3(x, y, z).$$

Funkce f_1, f_2, f_3 jsou libovolné až na jisté dosti obecné podmínky, jež musí býti splněny a jimiž má býti především zaručeno, že se deformací nikde nepřeruší souvislost sítě a že i po deformaci připadá do každého bodu v prostoru jediný bod sítě.

Jak znějí v této nové soustavě podmínky pro prostoro-časovou koincidenci dvou hmotných bodů? Souřadnice prvního bodu označíme nyní x'_1, y'_1, z'_1 , souřadnice bodu druhého nechť jsou x'_2, y'_2, z'_2 . Vypočteme je, když dosadíme do posledních rovnic za x, y, z jednou x_1, y_1, z_1 , po druhé x_2, y_2, z_2 . Je tedy

$$x'_1 = f_1(x_1, y_1, z_1) \quad y'_1 = f_2(x_1, y_1, z_1) \quad z'_1 = f_3(x_1, y_1, z_1)$$

a

$$x'_2 = f_1(x_2, y_2, z_2) \quad y'_2 = f_2(x_2, y_2, z_2) \quad z'_2 = f_3(x_2, y_2, z_2).$$

Je-li nyní $x_1 = x_2, y_1 = y_2, z_1 = z_2$, t. j. splynou-li polohy obou hmotných bodů, pak je také, jak plyne přímo z posledních rovnic, i $x'_1 = x'_2, y'_1 = y'_2, z'_1 = z'_2$. Prostoro-časová koincidence dvou hmotných bodů je v nové soustavě dána týmiž rovnicemi jako v soustavě staré.

To se nezmění, počne-li se síť pohybovati, měnic při tom neustále svůj tvar, jako kdyby to byl nějaký měkkýš, abychom užili názvu Einsteinova. Jediný rozdíl bude v tom, že nové souřadnice x', y', z' budou nyní záviseti nejen na původních souřadnicích x, y, z , ale i na čase t , takže bude

$$x' = f_1(x, y, z, t) \quad y' = f_2(x, y, z, t) \quad z' = f_3(x, y, z, t),$$

kdežto rovnice vyjadřující prostoro-časovou koincidenci budou zníti stejně jako dříve.

Konečně můžeme deformovati i chod hodin — které si pořád myslíme v rozích sítě, tedy vzhledem k onomu měkkýši v klidu — takže hodiny jdou naprosto nepravidelně a jejich chod se mění od místa k místu zcela libovolně, ovšem rozdíl údajů dvou hodin blízkých musí zůstat malý. K měkkýši prostorovému přistoupí měkkýš časový. Čas měřený těmito hodinami označíme t' , je funkcí proměnných x, y, z a t a k posledním třem rovnicím třeba připojiti čtvrtou

$$t' = f_4(x, y, z, t).$$

Podmínky pro prostoro-časovou koincidenci dvou hmotných bodů se tím zase nezmění; z rovnic $t_1 = t_2, x_1 = x_2, y_1 = y_2, z_1 = z_2$ plyne totiž hned $t'_1 = t'_2, x'_1 = x'_2, y'_1 = y'_2, z'_1 = z'_2$. A poněvadž se všechny naše fyzikální poznatky dají konec konců převést jen na tyto koincidence, není důvodu dávatí jednomu způsobu stanoviti polohu a čas pozorovaného děje přednost před jiným; všechny tyto způsoby jsou zásadně stejné a stejně oprávněny a můžeme, chceme-li, založiti svá určení polohy a času fyzikálních dějů na onom prostoro-časovém měkkýši právě popsaném.

Ale jak je při takové libovůli nějaký popis fyzikálního dění vůbec možný? Vyložíme to na příkladě. Mysleme si lokální soustavu souřadnou a v ní zavedme ten způsob měření polohy a času fyzikálních dějů, který jsme měli ve speciální teorii relativnosti. Pro pozorovatele, který ho užívá, není gravitačního pole, světlo ve vakuu se šíří pro něho přímočaře, těleso (hmotný bod), na které nepůsobí žádná síla, se pohybuje rovnoměrně a v přímé dráze atd. Deformujme nyní sou-

řadnou síť, aby z ní vznikl měkkýš svrchu popsaný, mimo to změníme i chod hodin. Připisujeme-li jednotlivým rohům buněk sítě i po deformaci tytéž souřadnice jako dříve, znamená to vlastně, že ony buňky pořád pokládáme za pravidelné krychle, které jsou omezeny rovinnými stěnami a všechny přesně stejné; počínáme si tedy tak, jako kdyby deformace nebylo. A měříme-li čas na hodinách postavených v rozích buněk, nehledíme k deformaci jejich chodu, prohlašujeme chod všech těch hodin i nyní za stejný a děje, jimž odpovídají stejné údaje na oněch hodinách, za současné.

Ale pak musíme říci, že se deformovaly a neustále se mění podle toho, jak se mění souřadná síť, rozměry a tvar všech těles v prostoru a všechny vzdálenosti mezi nimi, zkrátka všechny délky. Co bylo dříve kulovou plochou, je nyní nějakou plochou nepravidelnou, která může i změnit svůj tvar, přeneseme-li ji na jiné místo, a nemusí jej podržeti, i když je stále na témž místě. Přímkou, již v původní soustavě souřadné a při původní míře časové opisuje světelný paprsek ve vakuu, musíme nyní prohlásiti za křivku tvaru zcela nepravidelného a každou chvíli jiného; těleso, které se vůči původní soustavě souřadné a při původní míře časové pohybovalo v přímce a s rychlostí stálou, opisuje nyní křivku a rychlost jeho se neustále mění. I časový průběh fyzikálních dějů prodělává podobné změny; kmitová doba atomu vysílajícího světelné záření závisí na poloze a mění se, i když atom nepouští svého místa.

Všimneme-li si těchto změn podrobněji, poznáme ihned, že, pokud tu můžeme říci, jsou takové, jako kdyby byly způsobeny gravitačním polem. Těleso, které se vůči lokální soustavě souřadné a při původní míře časové pohybovalo rovnoměrně a v přímce, pohybuje se nyní vzhledem k měkkýši prostoro-časovému v křivce a urychleně. Ale tyto změny rychlosti a směru pohybu jsou u všech těles stejné a nezávislé na tom, o jaká tělesa jde; je to patrné z toho, že jsou vlastně způsobeny deformací souřadné sítě a chodu hodin. Pozorovatel, který vztahuje svá měření k onomu měkkýši, řekne tedy, že je tu síla, která má stejné vlastnosti jako gravitace; účinkuje totiž na všechna tělesa a udílí jim stejná urychlení. Že se světelný paprsek v gravitačním poli prohne a kmitová perioda atomu změní, bylo již vyloženo; i tyto změny kmitové periody atomu řídí se tu stejnými zákony jako v gravitačním poli, nezávisí totiž na povaze zdroje — kmitové periody dvou

atomů, které byly před deformací souřadné sítě a chodu hodin stejné, změní se stejně, ať jde o atomy jakékoli látky — mimo to, jak by se dalo snadno ukázat, jsou úměrné velikosti periody, čili změny vlnové délky světla atomem vysílaného jsou úměrné vlnové délce samé. Konečně i změny rozměru a tvaru (prakticky tuhých) těles vzniklé jich přenesením na jiné místo nezávisí na tom, z jaké látky ona tělesa jsou; stejnou vlastnost mají, jak bylo vyloženo, také změny, jež nastávají v prostoru neeuklidovském, když tělesa mění v něm svou polohu, a našli jsme skutečně, že v prostoru, v němž je gravitační pole, věty Euklidovy geometrie neplatí.

A nyní učiníme stejný krok jako dříve (str. 98.); budeme totiž předpokládati, že se všechny změny, jež nastanou, když přejdeme od lokální soustavy souřadné a od té míry časové, již jsme užívali ve speciální teorii relativnosti, k jakékoli jiné soustavě souřadné a k jakékoli jiné míře časové, v obecném případě tedy k prostoro-časovému měkkýši svrchu popsanému, dají vyložiti tím, že při tomto přechodu vzniklo gravitační pole právě tak, jak vzniká, když přejdeme od lokální soustavy souřadné k jiné prostorové soustavě, která vůči soustavě lokální koná urychlený pohyb. Pak se ovšem při přechodu od jednoho měkkýše k jinému, gravitační pole mění a v tom zase musíme hledati příčinu všech změn, jež při tom nastanou. Tento předpoklad není vlastně nic jiného než princip ekvivalence, ovšem podstatně rozšířený. Neběží tu již jen o přechod od jedné prostorové soustavy souřadné k jiné, která se vzhledem k první pohybuje, nýbrž nevylučujeme ani libovolné deformace prostoru a času; i těmi se vytvoří nebo změní gravitační pole. Teprve nyní se stává úplně jasným význam toho způsobu měřiti čas, který jsme si zavedli ve speciální teorii relativnosti; při něm totiž není gravitačního pole. A definici lokální soustavy souřadné, t. j. soustavy, v níž gravitační pole vymizí, musíme nyní doplniti údajem, že míra časová, již se v ní smí užívat, je táž jako ta, kterou jsme zavedli v teorii speciální relativnosti; proto budeme v dalším tyto soustavy nazývat lokální soustavy prostoro-časové.

Početně znamená toto rozšíření principu ekvivalence, že nepřipouštíme jen ty transformace, které vedou od jedné prostorové soustavy souřadné k jiné soustavě prostorové, jež se vůči první libovolně pohybuje, nýbrž zkrátka transformace všechny, nehledě ovšem k jistým podmínkám, o nichž byla

řeč svrchu a jež ostatně obecnost transformací omezují velmi málo. A tím dostáváme i odpověď na otázku, kterých transformací máme užívatí nyní, kdy postulujeme úplnou relativnost pohybu, místo transformace Lorentzovy, jež platí jen pro rovnoměrnou translaci. Dovoleny jsou transformace všechny; obecné zákony fyziky musí se dáti vyjádřiti rovnicemi, jež nezmění svého tvaru, provedeme-li v nich jakoukoli transformaci souřadnic a času, čili, jak budeme říkati; které jsou obecně kovariantní. Tato věta vyjadřuje t. zv. obecný princip relativnosti; požadavku úplné relativnosti pohybu je jím jistě vyhověno, neboť ten žádá kovarianci fyzikálních rovnic jen pro vzájemné transformace prostorových soustav souřadných; je také patrné, že obecný princip relativnosti jde mnohem dále. Je jím značně omezen matematický tvar fyzikálních rovnic; v tom právě tkví jeho veliká heuristická cena, která se nejlépe osvědčila v nové teorii gravitace.

Požadavkem obecné relativnosti pozbývá, jak Einstein praví, prostor a čas posledního zbytku fyzikální předmětnosti. O času je to viděti přímo, neboť připouštíme libovolné deformace chodu hodin; prostor je dán souhrnem současných událostí a podle toho, jak změníme chod hodin, jeví se nám jiné a jiné události současnými, takže ani prostor nemá v Einsteinově teorii fyzikální reality. Je viděti, že souvislost prostoru a času je mnohem užší, než se dosud tušilo, a teprve v obecné teorii relativnosti ukazuje se plně veliký význam geniální myšlenky Minkowského spojení prostor i čas v jediný celek: prostor-čas. Jsou-li, jak bylo již vyloženo, prostorové koincidence hmotných bodů v podstatě to jediné, co má fyzikální realitu, pak se k znázornění fyzikálního dění nejlépe hodí tento jednotný svazek prostoru a času.

Řekneme tedy jako v odst. 14., že každé bodové a okamžité události — prvku fyzikálního dění — odpovídá ve čtyřrozměrné rozmanitosti Minkowského prostoru-času bod, jehož poloha je stanovena čtyřmi údaji; to jsou jeho souřadnice. Jako souřadnice bodu v obyčejném prostoru trojrozměrném nemusí míti určitý geometrický význam, tak ani souřadnicím bodu v prostoru-času nemusíme přidělití určitý význam fyzikální; ani prostorové a časové určení děje nemusí býti v nich od sebe odděleno. Jsou to jednoduše proměnné parametry té vlastnosti, že každé skupině jejich hodnot přísluší v Minkowského prostoru-času bod; můžeme také říci, že slouží k tomu, aby

každému bodu prostoru-času daly jméno a tím jej rozlišily od bodů ostatních. Podle obecného principu relativnosti musí býti rovnice vyjadřující obecné zákony fyziky kovariantní vůči libovolným transformacím těchto souřadnic a tak se teorie fyziky stává teorií kovariance ve čtyřrozměrném prostoru-času.

Einstein našel tuto teorii v podstatě hotovu. Základ k ní položil Gauss svou teorií ploch, tedy rozmanitostí dvojrozměrných, v nichž poloha bodu je stanovena dvěma souřadnicemi. Gauss zavedl za ně dva parametry, jejichž geometrický význam nechal neurčen; každá geometrická skutečnost na ploše musí se dáti vyjádřiti výrazy, které se transformací těchto Gaussových souřadnic nezmění, čili jsou vůči ní kovariantní. Gaussova teorie ploch je tedy teorií kovariance v rozmanitosti dvojrozměrné. Na prostory s libovolným počtem rozměrů rozšířil Gaussovu metodu nejprve Riemann; i tu se nazývají obecné souřadnice G a u s s o v ý m i.

23. Metrické vztahy v prostoru-času.

Gauss ukázal, že celá metrika (měření délek, úhlů atd.) na ploše v obecných souřadnicích je úplně stanovena, známe-li výraz pro vzájemnou vzdálenost kterýchkoli dvou bodů nekonečně blízkých. To platí i pro prostory s libovolným počtem rozměrů, tedy také pro Minkowského prostor-čas.

S výrazem pro vzájemnou vzdálenost dvou bodů prostorových setkali jsme se již ve speciální teorii relativnosti; našli jsme tam (str. 85.), že její čtverec je

$$s^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 - c^2 (t_1 - t_2)^2.$$

Při tom jsou x_1, y_1, z_1, t_1 a x_2, y_2, z_2, t_2 souřadnice obou bodů v prostoru-času; x_1, y_1, z_1 jsou pravoúhlé souřadnice místa, v němž se sběhla událost, jejímž obrazem je první bod, t_1 je její čas, analogický význam mají veličiny x_2, y_2, z_2, t_2 pro událost druhou. V dalším budeme místo x_1, y_1, z_1, t_1 a x_2, y_2, z_2, t_2 psáti x', y', z', t' a x'', y'', z'', t'' , takže

$$s^2 = (x' - x'')^2 + (y' - y'')^2 + (z' - z'')^2 - c^2 (t' - t'')^2. \quad (21)$$

Jde nyní o to rozšířiti tento pojem na případ obecný.

Bylo řečeno, že věty speciální teorie relativnosti jsou splněny v t. zv. lokálních soustavách prostorových, v nichž gravitace vymizí. Platnost těchto soustav je omezena prosto-

rově i časově; lokální soustavy se tedy vztahují jen k určité části prostoru-času, k té totiž, v níž gravitační sílu možno všude pokládati za stejnou. Jak velká ta část je, závisí jednak na tom, jak se gravitační síla mění s polohou i s časem, jednak na přesnosti našich měření; čím menší přesnost se žádá, v tím větším rozsahu prostoru-času možno gravitační sílu pokládati za stejnou a k tím většímu oboru možno vztáhnouti lokální soustavu. Přesnost matematických úvah je neomezená, při nich tedy musíme říci, že lokální soustavy souřadné platí jen pro nekonečně malý obor prostoro-časový; to budeme říkati i v dalším. V praxi se ovšem může státi, že vzhledem k přesnosti, již měřením možno dosáhnouti, lze za matematicky nekonečně malé pokládati ještě obory rozměrů, jež jsou pro naše představy obrovské. To může rozhodnouti jen počet.

Poněvadž lokální soustava souřadná platí jen pro nekonečně malý obor prostoro-časový, musíme i platnost posledního výrazu pro čtverec vzájemné vzdálenosti dvou bodů v prostoru-času omeziti na body nekonečně blízké; to ostatně pro náš účel vyšetřiti, jaká je metrika prostoru-času, stačí. Rozdíly souřadnic v onom výrazu $x' - x''$, $y' - y''$, $z' - z''$, $t' - t''$ jsou pak nekonečně malé; jsou to vlastně diferenciály souřadnic. Zavedeme nyní obecnou transformaci souřadnic i času, o níž byla řeč v posledním odstavci, místo lokální soustavy prostoro-časové soustavu libovolnou. V ní bude míti první bod souřadnice x'_1, x'_2, x'_3, x'_4 , souřadnice druhého bodu označíme $x''_1, x''_2, x''_3, x''_4$; když transformaci provedeme, výraz pro s^2 se změní a, jak se dá ukázati počtem, který tu nebudeme prováděti, přejde v

$$\begin{aligned} s^2 = & g_{11} (x'_1 - x''_1)^2 + 2g_{12} (x'_1 - x''_1) (x'_2 - x''_2) + \\ & + g_{22} (x'_2 - x''_2)^2 + 2g_{13} (x'_1 - x''_1) (x'_3 - x''_3) + \\ & + 2g_{23} (x'_2 - x''_2) (x'_3 - x''_3) + g_{33} (x'_3 - x''_3)^2 + \\ & + 2g_{14} (x'_1 - x''_1) (x'_4 - x''_4) + 2g_{24} (x'_2 - x''_2) (x'_4 - x''_4) + \\ & + 2g_{34} (x'_3 - x''_3) (x'_4 - x''_4) + g_{44} (x'_4 - x''_4)^2. \end{aligned} \quad (22)$$

Tento výraz platí zatím jen v tom oboru prostoru-času, ve kterém platí zvolená lokální soustava souřadná, ale tuto soustavu můžeme si mysliti v každém bodě prostoro-časovém; přejdeme-li pak od ní ke Gaussovým souřadnicím, dostaneme pro s^2 vždy výraz tvaru právě uvedeného. Soudíme z toho, že onen výraz platí v celém prostoru-času, kdežto výraz (21),

převzatý ze speciální teorie, se vztahuje jen k nekonečně malé jeho části. Hodnoty koeficientů g_{11}, g_{12} atd. v rovnici (22) se pak mění od místa k místu, jsou to tedy funkce souřadnic. Budou patrně záviseti i na volbě prostoro-časové soustavy souřadné; jak, dalo by se vyšetřiti početně z okolnosti, že s^2 je vzhledem k svému významu invariant, t. j. hodnota jeho je ve všech soustavách stejná.

Tím je ovšem určen jen tvar výrazu pro s^2 platný v celém prostoru-času, hodnoty koeficientů g by se takto stanoviti nedaly; jak se ty v daném případě stanoví nebo raději, jak by se stanoviti mohly, bude vyloženo v následujícím odstavci. Z výrazu (22) pro s^2 lze souditi, že geometrie prostoru-času je neeuklidovská. Je sice pravda, že tvar vzorce (22) nemusí ještě nutně znamenati, že věty Euklidovy geometrie nejsou splněny, poněvadž v obecných (křivočarých) souřadnicích je vzájemná vzdálenost dvou nekonečně blízkých bodů dána stejným výrazem i tehdy, když Euklidova geometrie platí, ale pak veličiny g_{11}, g_{12} atd. vyhovují jistým dosti složitým podmínkám, o kterých nelze v našem případě předpokládati, že by byly splněny. Že metrika prostoru-času je neeuklidovská, plyne ostatně již z toho, že geometrie prostoru trojrozměrného v gravitačním poli není Euklidova. Lze také říci podle toho, co bylo vyloženo v odst. 21, že prostor-čas obecné teorie relativity je zakřiven, kdežto prostor-čas teorie speciální byl rovinný. Nyní můžeme prohlásiti za rovinnou jen velmi malou část prostoru-času; v ní pak možno zavésti lokální soustavu a v ní platí věty speciální teorie.

Známe-li výraz pro s^2 a tím i metriku prostoru-času, můžeme přikročiti k řešení vlastní úlohy obecné teorie relativity, totiž naléztí takový tvar rovnic vyjadřujících obecné zákony fyziky, který by byl kovariantní vůči libovolným transformacím prostoru a času. Z teorie speciální relativity víme, jak tyto rovnice znějí, není-li gravitačního pole, kdy tedy výraz (22) pro s^2 přejde ve výraz (21), takže koeficienty g mají zcela určité, konstantní hodnoty, jež se nazývají normální. Jde tudíž o to rozšířiti ony rovnice na případ, kdy hodnoty oněch koeficientů jsou libovolné, ovšem tak, aby byly obecně kovariantní. To je úloha čistě matematická; jejímu řešení se nestaví v cestu žádné zvláštní potíže. Veličiny g určující metriku prostoru-času budou se pak ovšem vyskytovat v každé fyzikální rovnici. Z obecného tvaru těchto rovnic můžeme také vyšetřiti, jaký vliv má gravitace na průběh jednotli-

vých fyzikálních dějů, neboť transformací souřadnic prostoro-časových se zavádí nebo se mění gravitační pole. Vyložíme to na dvou příkladech.

Ve speciální teorii relativnosti setkali jsme se s principem setrvačnosti, který praví, že se volný hmotný bod, t. j. hmotný bod, na který nepůsobí žádná síla, pohybuje rovnoměrně a v přímé dráze. Obrazem tohoto pohybu v Minkowského prostoru-času speciální teorie je, jak vyloženo (str. 83.), přímka. Ale v obecném případě přímek v prostoru-času není, neboť metrika jeho není euklidovská; místo nich však jsou v něm čáry nejprímější čili geodetické, t. j. nejkratší spojnice dvou bodů. Vzhledem k svému významu mají tyto čáry invariantní charakter, t. j. jejich tvar nezávisí na volbě prostoro-časové soustavy souřadné. V prostoru, v němž platí Euklidova geometrie, jsou to přímky, ať je počet jeho rozměrů jakýkoli. Také v prostoru-času speciální teorie relativnosti, který je pseudoeuklidovský, redukuje se geodetické čáry na přímky.

Je tedy na snadě vzít za tu formulaci principu setrvačnosti, která by platila i v obecné teorii relativnosti, větu: Volný bod se pohybuje tak, že obrazem jeho pohybu v prostoru-času je geodetická čára. Ovšem bude při tom nutno i pojem volného bodu hmotného změnit, aby byl také invariantní, aby tedy také nezávisel na volbě prostoro-časové soustavy souřadné. Jak řečeno, nepodléhá volný bod hmotný žádné síle, vztahujeme-li jeho pohyb k lokální soustavě souřadné, v níž platí věty speciální teorie a v níž není gravitačního pole. Přejdeme-li k jiné prostoro-časové soustavě souřadné, vznikne gravitační pole a na onen hmotný bod účinkuje nyní gravitační síla. Volným bodem hmotným musíme tedy v obecné teorii relativnosti rozumět hmotný bod, na který působí gravitační síla, ovšem jen ta a již žádná síla jiná. Tak přicházíme k větě, že pohyb, který koná hmotný bod v gravitačním poli, je v prostoru-času zobrazen geodetickou čarou. Ze zákona, který se vztahuje jen k pohybu hmotného bodu, nepodrobeného žádné síle, dospěli jsme k zákonu, jímž se řídí jeho pohyb v gravitačním poli. Einstein pak ukázal, že ve slabých gravitačních polích souhlasí tento zákon s gravitačním zákonem Newtonovým; to je jistě krásné potvrzení správnosti jeho úvah.

Druhý příklad se týká zákona pro šíření světla v gravitačním poli. V lokálních soustavách souřadných je rychlost světla ve vakuu ve všech směrech stejná a rovná se c . Při-

jde-li tedy světelný signál vyslaný v čase t' z nějakého místa do jiného místa, které je ve vzdálenosti d , v čase t'' , takže potřebuje doby $t'' - t'$, aby vykonal dráhu d , je

$$d = c(t'' - t').$$

To musíme uvést na invariantní tvar. Necht jsou x', y', z' a x'', y'', z'' pravoúhlé souřadnice místa vysílacího a místa, kde byl signál přijat, pak je vzájemná vzdálenost obou těchto míst dána rovnicí

$$d^2 = (x' - x'')^2 + (y' - y'')^2 + (z' - z'')^2.$$

To dosadíme do předposlední rovnice a dostaneme

$$(x' - x'')^2 + (y' - y'')^2 + (z' - z'')^2 = c^2(t' - t'')^2,$$

čili

$$(x' - x'')^2 + (y' - y'')^2 + (z' - z'')^2 - c^2(t' - t'')^2 = 0,$$

aneb konečně vzhledem k rovnici (21)

$$s^2 = 0.$$

Zákon, jímž se řídí šíření světla v lokálních soustavách souřadných, možno tedy také vyslovit tak, že prostoro-časová vzdálenost bodů v Minkowského prostoru-času, z nichž jeden znázorňuje vyslání signálu, druhý jeho příchod, je rovna nule. A to je hledaný invariantní tvar tohoto zákona, neboť prostoro-časová vzdálenost s nezávisí na volbě soustavy souřadné. I v gravitačním poli šíří se světlo ve vakuu podle rovnice $s^2 = 0$; s^2 je nyní ovšem dáno výrazem (22). Je to rovnice diferenciální, neboť rozdíly souřadnic ve výrazu pro s^2 jsou vlastně jejich diferenciály. Vrátime se k ní na konci tohoto odstavce.

Tím by byla odbyta formální stránka obecné teorie relativnosti; jde nyní o fyzikální význam veličin g . Ten je v Einsteinově teorii dvojitý. Nejdříve je jimi stanovena metrika prostoro-času, musí se tedy tyto veličiny aspoň zásadně dáti stanovit přístroji, jimiž prostor a čas měříme, t. j. měřítky a hodiny. Dále předpokládá Einstein, že veličiny g charakterisují gravitační pole, neboť to se mění zároveň s nimi při každé transformaci prostoro-časové soustavy souřadné. Pojednáme nejdříve o jejich metrickém významu. Při tom, abychom se vyhnuli obecným úvahám, jež jsou dosti obtížné, vyložíme vše na speciálním případě; budeme totiž předpokládati, že gravitační pole je statické, nezávisí tedy na čase.

Za soustavu prostoro-časovou si zvolíme měkkýš prostoro-časový, o němž byla řeč v předešlém odstavci; musíme si však jej nyní představit jako ztrnulý. Skládá se z prostorové soustavy souřadné (trojrozměrné), která je sice libovolně deformována, nemění však svého tvaru, dále z hodin chodu sice nestejného, ale zase nezávislého na čase; hodiny jsou vzhledem k oné soustavě v klidu. Ze čtyř souřadnic bodu v prostoru-času jsou pak tři souřadnice prostorové a určují polohu místa, v němž se událost tím bodem znázorněná sběhla, souřadnice čtvrtá je časová a je dána časem oné události. Minkowskiho prostor-čas je touto volbou soustavy souřadné rozštěpen v prostor a čas. Prostorové souřadnice označíme jako dříve x, y, z a položíme $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$, za čtvrtou souřadnici, časovou, si zvolíme ct , kdež t je čas čtený na hodinách, o nichž svrchu byla řeč, takže je $x_4 = ct$. Činíme tak jen proto, aby se zachovala souvislost se vzorcí speciální teorie, kde se také ve výrazu pro s^2 souřadnice časová vyskytuje v součinu ct , kdež t je čas udávaný hodinami.

Aby rozštěpení prostoru a času bylo úplné, položíme ještě $g_{14} = g_{24} = g_{34} = 0$. Znamená to ovšem další omezení souřadné soustavy; že je to možné, plyne z rovnic, jimž v Einsteinově teorii veličiny g vyhovují; o nich bude řeč v následujícím odstavci. Výraz (22) pro s^2 nabude tím tvaru

$$s^2 = g_{11}(x' - x'')^2 + 2g_{12}(x' - x'')(y' - y'') + g_{22}(y' - y'')^2 + 2g_{13}(x' - x'')(z' - z'') + 2g_{23}(y' - y'')(z' - z'') + g_{33}(z' - z'')^2 + g_{44}c^2(t' - t'')^2; \quad (23)$$

jak viděti, jsou v něm skutečně prostorové souřadnice x, y, z odděleny od souřadnice časové t . Ve speciální teorii relativnosti bylo s^2 dáno rovnicí

$$s^2 = (x' - x'')^2 + (y' - y'')^2 + (z' - z'')^2 - c^2(t' - t'')^2;$$

předešlý výraz pro s^2 přejde tedy v tento, položíme-li $g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1, g_{44} = -1$ a ostatní g rovna nule. To je normální soustava hodnot g , neboť odpovídá případu, kdy platí věty speciální teorie relativnosti, čili, kdy není gravitačního pole. V obyčejných polích gravitačních, jež jsou poměrně slabá, liší se hodnoty koeficientů g od hodnot normálních velmi málo.

Vrátíme se nyní k rovnici (23) a ukážeme, jak by se daly koeficienty g v ní se vyskytující stanovit. Budiž nejdříve $t' = t''$; události oběma body znázorněné jsou tedy současné. Jejich prostoro-časová vzdálenost přejde pak v prostorovou

(trojrozměrnou) vzdálenost míst, v nichž se obě události sběhly. Označíme ji d ; ze vzorce (23) pro s^2 , v němž nutno položit $t' = t''$, plyne pro ni výraz

$$d^2 = g_{11}(x' - x'')^2 + 2g_{12}(x' - x'')(y' - y'') + g_{22}(y' - y'')^2 + 2g_{13}(x' - x'')(z' - z'') + 2g_{23}(y' - y'')(z' - z'') + g_{33}(z' - z'')^2. \quad (24)$$

Kdyby byly x, y, z pravoúhlé souřadnice a kdyby platila Euklidova geometrie, pak by vzájemná vzdálenost dvou prostorových bodů se souřadnicemi x', y', z' a x'', y'', z'' byla dána známou větou Pythagoreovou

$$d^2 = (x' - x'')^2 + (y' - y'')^2 + (z' - z'')^2.$$

Na tento tvar se výraz (24) pro d^2 žádnou transformací souřadnic uvést nedá; geometrie trojrozměrného prostoru v gravitačním poli je neeuklidovská.

Podle zásady již vyslovené měříme vzdálenost dvou bodů měřítkem z látky prakticky tuhé, které je vzhledem k oběma bodům v klidu. Tento způsob měření vzdálenosti jsme nazvali podle Einsteina přirozeným; při něm přisuzujeme měřítku, pokud je v klidu vůči soustavě souřadné, vždy touž délku, nezávisle na tom, konáme-li měření v gravitačním poli nebo ne. Budeme ji nazývat vlastní délkou měřítka. Souřadnice bodu, v němž chceme znáti hodnoty koeficientů g , označíme x', y', z' a vypočteme nejdříve vzájemnou vzdálenost tohoto bodu a bodu se souřadnicemi $x'' = x' + 1, y'' = y', z'' = z'$. Z rovnice (24) plyne pro ni vztah $d^2 = g_{11}$, takže $d = \sqrt{g_{11}}$. Poněvadž d stanovíme měřítkem, je tím určeno i g_{11} . Položíme-li $x'' = x', y'' = y' + 1, z'' = z'$, dostaneme pro vzájemnou vzdálenost těchto dvou bodů z rovnice (24) nejdříve $d^2 = g_{22}$ a z toho $d = \sqrt{g_{22}}$. Změříme zase d , které je nyní ovšem jiné než v předešlém případě, a máme určeno g_{22} . Abychom určili i g_{12} , položíme $x'' = x' + 1, y'' = y' + 1, z'' = z'$; z rovnice pro d^2 plyne nyní $d^2 = g_{11} + 2g_{12} + g_{22}$, a poněvadž g_{11} i g_{22} známe, vypočteme odtud g_{12} . A tak můžeme postupně stanovit hodnoty všech koeficientů g na pravé straně rovnice (24). Předpokladem při tom je, že vzájemné vzdálenosti bodů se souřadnicemi x', y', z' a x'', y'', z'' jsou nekonečně malé ve smyslu již vyloženém. Stačí, jsou-li v rozsahu všech měřených vzdáleností hodnoty všech koeficientů g stále.

Můžeme se na to podívat ještě s jiného stanoviska. Řekněme, že máme měřítko jednotkové délky, takže vzdále-

nost d obou jeho koncových bodů (vlastní délka měřítka) je rovna jedné; tuto délku nechť je možno ještě pokládati za nekonečně malou. Souřadnice obou koncových bodů měřítka označíme x', y', z' a x'', y'', z'' . Položme nyní měřítko ve směru osy X -ové, pak je $y' = y'', z' = z''$ a z rovnice (24) dostaneme po dosazení

$$1 = g_{11} (x' - x'')^2,$$

z čehož

$$x' - x'' = \frac{1}{g_{11}}$$

Položíme-li měřítko ve směru osy Y -ové, je $x' = x'', z' = z''$ a z rovnice (24) plyne $y' - y'' = 1/\sqrt{g_{22}}$. Leží-li konečně měřítko ve směru osy Z , je $z' - z'' = 1/\sqrt{g_{33}}$. Rozdíly $x' - x'', y' - y'', z' - z''$ můžeme nazvat souřadnicovými délkami měřítka; ty tedy závisí na tom, v kterém směru měřítko leží a mění se od místa k místu podle toho, jak se mění koeficienty g . Vzhledem k soustavě souřadné mění měřítko svou délku a prakticky tuhá tělesa mění své rozměry i svůj tvar, dostanou-li se do jiné polohy. Původ těchto změn, o nichž byla řeč již na konci odst. 21, musíme hledati v gravitačním poli, neboť, není-li pole, je $g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1$ a souřadnicové délky souhlasí s vlastní délkou měřítka.

Abychom stanovili g_{44} , musíme si zvoliti dvě události, jež se sběhly na témž místě, ovšem v různých dobách; jejich prostoro-časová vzdálenost přejde pak ve vzdálenost časovou násobenou jistými faktory. Jeden z nich je vždy imaginární jednotka $i = \sqrt{-1}$, neboť, kdykoli se prostoro-časová vzdálenost redukuje na vzdálenost časovou, kdykoli se tedy dá změřiti hodinami, je její čtverec záporný. Dosadíme do rovnice (23) $x' = x'', y' = y'', z' = z''$ a dostaneme

$$s^2 = g_{44} c^2 (t' - t'')^2.$$

Aby s^2 bylo záporné, musí býti záporné g_{44} . Naproti tomu je pravá strana rovnice (24) pro d^2 vždy kladná; plyne z toho mimo jiné, že koeficienty g_{11}, g_{22}, g_{33} mají vždy kladné hodnoty.

K přirozenému měření časového rozdílu dvou souměstných událostí slouží nám hodiny, t. j. periodicky jdoucí automaty, které jsou všechny přesně stejné a jsou v klidu vzhledem k prostorové soustavě souřadné. Kmitová perioda těchto hodin

představuje v každé souřadné soustavě a na každém jejím místě stejný čas přirozeně měřený; budeme zase užívatí názvu vlastní čas. Že se taková zařízení dají realizovati, je základním předpokladem Einsteinovy teorie právě tak, jako že se dají realizovati prakticky tuhá měřítka pro měření prostorových vzdáleností. Za jistých zjednodušujících předpokladů se dá ostatně dokázati, že kmitová doba mechanismu schopného konati vlastní kmity, měřená vlastním časem, je skutečně ve všech soustavách souřadných táž a nezávisí na hodnotách koeficientů g ; pro »světelné hodiny«, popsané na str. 113, bude to dokázáno na konci tohoto odstavce.

Označme nyní vlastní čas T a položme $s = icT$, čili $s^2 = -c^2 T^2$; že připojujeme konstantu c , souvisí jen s volbou jednotky časové. To dosadíme do poslední rovnice a dostaneme

$$-c^2 T^2 = g_{44} c^2 (t' - t'')^2,$$

z toho pak plyne

$$T = (t' - t'') \sqrt{-g_{44}}. \quad (25)$$

Časy t' a t'' jsou měřeny hodinami libovolného chodu, které nejsou stejné; jsou to hodiny patřící k prostoro-časovému měřiči, o němž byla řeč svrchu. Toto měření času odpovídá souřadnicovému měření délek, proto budeme čas t nazývatí souřadnicovým nebo také časem souřadné soustavy. Mějme nyní nějaké hodiny, jimiž lze měřiti vlastní čas; nechť je to na př. atom vysílající světelné kmity. Vybereme si jediný kmit přesně monochromatický, jenž má tedy určitou periodu kmitovou; tuto dobu měřenou vlastním časem označíme zase T . Táž doba měřená časem soustavy souřadné je dána rozdílem $t' - t''$, který se vypočte z poslední rovnice. Poněvadž doba T je konstanta pro zvolený kmit charakteristická, je podle oné rovnice $t' - t''$ závislé na g_{44} a mění se s polohou podle toho, jak se mění g_{44} . Tam, kde není gravitačního pole, je $g_{44} = -1$ a $t' - t'' = T$; doba kmitová měřená časem soustavy souřadné souhlasí tu s dobou kmitovou měřenou časem vlastním; mezi oběma časy není rozdílu. V gravitačním poli se mění g_{44} od místa k místu a kmitová perioda měřená časem soustavy souřadné je v různých místech různá. K tomuto výsledku jsme již dospěli jinou cestou (str. 118.); řekli jsme tam, že jde o vliv gravitačního pole na chod hodin.

Na příkladě tam uvedeném dá se ostatně nejlépe vyložiti rozdíl mezi vlastním časem a časem soustavy souřadné. Bě-

želo při něm o dvě kruhové desky, z nichž jedna je v klidu vůči lokální soustavě souřadné, druhá se vůči ní otáčí stálou rychlostí; obě desky si myslíme těsně u sebe, desku klidnou dole, desku rotující nahoře. Řekli jsme, že pozorovatelé, kteří vztahují svá měření k desce rotující, konstatují gravitační sílu, která má směr i velikost síly odstředivé, jež rotaci vznikne. Tím však jsme již zavedli určitý souřadnicový čas t , neboť každou deformaci času mění se i gravitační pole; při jiné míře časové byla by i gravitační síla jiná. Tuto míru časovou lze si mysliti realizovánu hodinami, jež rozložíme po rotující desce a jejichž chod v každém místě vhodně upravíme. Můžeme v tomto případě i říci jak; hodiny udávající souřadnicový čas t na rotující desce musí jíti synchronně s těmi hodinami na klidné desce, jež jsou právě pod nimi. Takto zařízené hodiny měří ovšem na horní desce čas jen tam, kam patří; sneseme-li je všechny do jednoho místa, nemají stejný chod, jsou-li však rozděleny do patřičných míst na desce, jdou stejně. O tom se přesvědčíme nejlépe tak, že si vybereme nějakou dvojici těchto hodin, vysíláme pravidelně světelné signály od jedné hodin k druhým a pokaždé stanovíme jednak čas udávaný prvními hodinami v okamžiku, kdy signál byl vyslán, jednak čas udávaný druhými hodinami v okamžiku příchodu signálu. Ukáže se, že rozdíl těchto časů je vždycky týž. Hodiny, o nichž byla řeč na str. 117., jsou všechny navzájem stejné, neměří tedy čas souřadné soustavy, nýbrž čas vlastní. Sneseny do stejného místa mají stejný chod, jsou-li však rozloženy po desce, pak, jak jsme tam našli, jdou tím pomaleji, čím dále jsou od středu desky. Světelnými signály vysílanými od hodin, které jsou ve středu desky, k hodinám na kraji, mohli bychom konstatovati, že rozdíl jejich údajů neustále roste; proto nelze jich užítí k měření času na rotující desce. Stanovíme-li, jak se hodiny měřící vlastní čas opožďují proti hodinám měřícím čas soustavy souřadné, můžeme z rovnice (25) vypočísti g_{44} ; podobně se stanoví g_{44} i v jiných případech.

Na str. 113. byly popsány »světelné hodiny«; jsou to dvě rovnoběžná zrcadla (ve vakuu), jejichž zrcadlicí stěny jsou obráceny k sobě; mezi nimi se pohybuje sem a tam světelný signál. Není-li gravitačního pole, jsou-li tedy obě zrcadla v klidu vzhledem k některé lokální soustavě, šíří se světlo na všechny strany rychlostí c ; když tedy vzájemnou vzdálenost obou zrcadel označíme l , je doba, za kterou signál vykoná dráhu mezi oběma zrcadly tam a zpátky, rovna $2l/c$. Je otázka,

jak je tomu v gravitačním poli; pro jednoduchost budeme zase předpokládati, že jde o pole statické.

Zákon pro šíření světla ve vakuu a v gravitačním poli zní, jak jsme našli, $s^2 = 0$. Při tom je s^2 dáno výrazem (23), který lze vzhledem k rovnici (24) psáti ve tvaru

$$s^2 = d^2 + g_{44}c^2 (t' - t'')^2.$$

Je tedy

$$d^2 + g_{44}c^2 (t' - t'')^2 = 0,$$

takže

$$d = (t' - t'') c \sqrt{-g_{44}}.$$

d je tu vzdálenost prostorových míst, jejichž souřadnice jsme označovali x', y', z' a x'', y'', z'' ; t' a t'' jsou doby, v nichž světelný paprsek těmito místy projde, takže rozdíl $t' - t''$ měří dobu, za kterou světlo urazí dráhu d . Obě tyto doby jsou měřeny v čase soustavy souřadné; podle toho, co právě bylo řečeno, nelze užítí času jiného, kdykoli jde o události nesoumísné, neboť jen hodiny udávající tento čas jdou v různých místech synchronně. Pak podíl $d/(t' - t'')$ je roven rychlosti světla; z poslední rovnice plyne pro něj

$$\frac{d}{t' - t''} = c \sqrt{-g_{44}}.$$

V gravitačním poli, v němž g_{44} nemá svou normální hodnotu -1 , je rychlost světla ve vakuu rozdílná od c a v polích velmi silných může dosáhnouti i hodnot značně vyšších než c . Rychlost c může tedy býti v gravitačním poli překročena; ovšem věta, že rychlost tělesa nebo jakékoli akce fyzikální není nikdy větší než rychlost, se kterou se na téměř místě šíří světlo ve vakuu, platí, jak by se dalo ukázati, úplně obecně.

Vrátí-li se světelný signál na místo, z něhož byl vyslán, takže jeho vyslání a příchod jsou děje soumísné, jak je tomu na př. při světelných hodinách nebo při pokusu Michelsonově, můžeme místo času soustavy souřadné zavést čas vlastní; vztah mezi oběma je dán rovnicí (25). Když dosadíme do poslední rovnice vlastní čas T místo rozdílu $t' - t''$, dostaneme

$$\frac{d}{T} = c.$$

To znamená, že rychlost světla ve vakuu měřená vlastním časem je vždy rovna c . Předpokladem je tu, jako při všech

těchto úvahách, že délka dráhy d , kterou světelný signál proběhne, je nekonečně malá ve smyslu již vyloženém; to znamená, že hodnoty koeficientů g lze pokládati ve všech jejich místech za konstantní. U Michelsonova pokusu tato podmínka byla jistě splněna; na jeho výsledek nemá tedy gravitační pole země prázdného vlivu. S tímž omezením je i u světelných hodin doba, za kterou se světlo vrátí k zrcadlu, měřená vlastním časem, zase rovna $2l/c$; kdyby ovšem rozměry hodin byly tak značné, že by ona podmínka splněna nebyla, závisela by doba návratu světelného signálu nejen na poloze hodin, ale i na jejich orientaci v gravitačním poli.

24. Stará a nová teorie gravitace.

Požadavek, aby se fyzikální rovnice daly vyjádřiti ve tvaru obecně kovariantním, má význam jen formální; omezuje se jím tvar oněch rovnic, ne však jejich obsah. Může-li míti, jak již vyloženo, fyzikální realitu jen to, co se dá redukovati na prostoro-časové koincidence, pak se musí každý myslitelný zákon fyzikální dáti uvést na obecně kovariantní tvar bez zřetele k tomu, je-li ve skutečnosti splněn nebo ne. Takový tvar přírodních zákonů lze pokládati i za nejpřirozenější, neboť je jím vyjádřeno, že zákony fyziky jsou nezávislé na volbě souřadnic, které zavádíme jen proto, abychom učinili možnou jejich matematickou formulaci. I rovnice klasické mechaniky, o nichž dnes víme, že nejsou správné, daly by se jistě vyjádřiti kovariantně v souřadnicích prostoro-časových, neboť jinak by neměly fyzikálního smyslu; je ovšem jisto, že úloha nalézt pro ně tuto formulaci byla by nesmírně obtížná.

Ostatně požadavek obecné kovariance byl znám již před Einsteinem, ale vztahoval se jen k souřadnicím prostorovým. Stačí zavést místo souřadnic pravoúhlých obecné souřadnice Gaussovy, které se tu také nazývají křivočaré, abychom dostali rovnice předrelativistické fyziky ve tvaru, který se nezmění, vykonáme-li v nich obecnou transformaci souřadnic prostorových. Ovšem okolnost, že prostoru byly přisuzovány euklidovské vlastnosti, byla příčinou, že fyzikální rovnice měly nejjednodušší tvar v souřadnicích pravoúhlých; souřadnic křivočarých se užívalo jen k řešení speciálních problémů. Einstein rozšířil požadavek kovariance i na souřadnici čtvrtou, časovou, zcela v duchu myšlenek Minkowského. Ve speciální teorii relativnosti, v níž ještě lze užívat pravoúhlých soustav

souřadných, vystačili jsme s větou, že se tvar fyzikálních rovnic nezmění, když otočíme prostorovou soustavou souřadnou jako tuhým celkem kolem jejího počátku; tuto větu jsme rozšířili na prostor-čas. V teorii obecné pravoúhlou soustavu souřadnou zavést nelze a proto nezbyvá než sáhnouti k obecným souřadnicím a k požadavku obecné kovariance, který zase rozšiřujeme s prostoro-časovou soustavou souřadné na soustavu prostoro-časovou.

Fyzikální obsah dostává tento požadavek v Einsteinově teorii teprve principem ekvivalence, podle něhož je s transformací prostoro-časových souřadnic spojena i transformace gravitačního pole a tou se dají vyložiti všechny změny, které nastanou, když přejdeme od jedné soustavy k jiné. Poněvadž se při tom také transformují koeficienty g_{11} , g_{12} atd., které se vyskytují v každé obecné rovnici fyzikální a které tam, kde není gravitačního pole, mají vždy zcela určité hodnoty normální, je na snadě předpoklad, ostatně již uvedený, že gravitace je jimi stanovena. Hodnoty těchto koeficientů musí tedy záviseti na rozdělení a pohybech hmot v prostoru nebo, lépe řečeno, na veličinách, jimiž je v Einsteinově teorii hmota v prostoru-času charakterisována, a musíme vědět, jak se dají z nich určit. Tak vede obecná teorie relativnosti k nové teorii gravitační. A poněvadž koeficienty g_{11} , g_{12} atd. určují metrické vlastnosti prostoru a času, neboť se dají stanovit měřítky a hodinami, jak vyloženo v posledním odstavci, je i metrika prostoru a času určena rozdělením a pohyby prostoro-časových hmot.

Základem dosavadní gravitační teorie je známý Newtonův zákon, podle něhož se dvě tělesa, jejichž rozměry jsou malé vedle jejich vzájemné vzdálenosti, přitahují silou, která je úměrná jejich hmotám m_1 a m_2 a nepřímo úměrná čtverci jejich vzdálenosti r . Je tedy

$$F = k \frac{m_1 m_2}{r^2};$$

k je konstanta zvaná gravitační. Význam tohoto zákona pro vývoj fyzikálního badání nelze doceniti a možno říci, že Newtonův gravitační zákon vtiskl celé fyzice po Newtonovi svůj ráz. Tíže se jím stala všeobecnou vlastností hmoty; podle něho jsou těžká nejen tělesa na zemi, ale i země sama, slunce a hvězdy, poněvadž všechny hmoty se navzájem přitahují. Zároveň však stala se jím tíže relativní; není již vlastností tělesa

samého, neboť je to výslednice vzájemné přitažlivosti hmot; hmota sama o sobě není těžká a těleso, které by bylo v prostoru úplně samo, nemělo by váhy.

Newtonovým gravitačním zákonem byla do fyziky zavedena akce in distans, t. j. představa, že hmota může působiti silou do dálky přímo a není třeba, aby její účinek byl přenášen nějakým prostředím; před tím byla síla známa jen jako tlak nebo tah vznikající při styku těles. U mnohých současníků Newtonových setkala se představa akce in distans s odporem, Huygens i Leibniz vystoupili proti ní, také Descartova filosofie ji vylučovala. Newton sám pokládá myšlenku přímého působení do dálky za absurdní a hleděl, jak se zdá, původ gravitace nějak vysvětliti, ale, jak praví, výkladu založeného na pozorovatelných faktech nenalezl a hypotheses nečiní. Bylo to ostatně stanovisko úplně správné.

Na druhé straně ovšem sotva který zákon fyziky se tak osvědčil jako gravitační zákon Newtonův; celá budova mechaniky nebes je na něm založena. Dnes umíme vypočísti pohyby a polohy těles naší sluneční soustavy na tisíce, ano i na miliony let do budoucna i do minula. Znova a znova byla správnost Newtonova zákona zkoušena na výsledcích nerozmanitějších pozorování astronomických; nikdy neselhala — stačí připomenouti objev Neptuna předpověděný Leverrierem — mimo jediný případ, o němž bude řeč později. Teoretická astronomie, jež dosáhla vrcholu na počátku 19. století Laplaceovým dílem »Mécanique céleste«, stala se vzorem exaktnosti. A tak není divu, že akce in distans byla brzy uznána za základní vlastnost hmoty a síly podobné gravitační síle Newtonově byly hledány všude. Když na počátku 17. století znovu ožila zapomenutá nauka řeckých filosofů o složení hmoty z atomů, byly činěny pokusy vyložiti silami účinkujícími mezi těmito nejmenšími hmotnými částicemi ty vlastnosti hmoty, které dnes nazýváme molekulární, jako na př. pružnost, soudržnost atd., a když do nauky o elektřině a magnetismu byla zavedena představa nehmotných fluid, byla akce in distans přenesena i na ně. Měření Coulombova (1785), jež ukázala, že pro sílu, kterou na sebe působí dva elektrické náboje nebo dva magnetické póly, platí stejné zákony jako pro gravitaci, potvrdila jen to, co mnozí fyzikové očekávali, někteří ostatně již znali. A tak se stala akce in distans základem skoro celé fyziky.

I v teorii elektřiny a magnetismu vykonala představa přímého působení do dálky platné služby; celá elektrostatika, především teorie potenciálu, je na ní založena. Ale brzo se ukázalo, že poměry nejsou tam tak jednoduché jako v nauce o gravitaci. Byl konstatován vliv prostředí na elektrickou i magnetickou sílu; dva stejné náboje elektrické účinkují na sebe silou větší, jsou-li ve vzduchu, než jsou-li na př. v oleji. Když pak později byl učiněn pokus vyložiti akci in distans i přitažlivé a odpudivé síly mezi vodiči, jimiž prochází proud, bylo nutno zaváděti síly, jež se nedaly vměstnati do jednoduchého schématu Newtonova nebo Coulombova zákona. Byly tedy činěny pokusy doplniti Coulombov zákon tak, aby platil nejen pro náboje v relativním klidu, ale i pro náboje v pohybu, jak je tomu u proudů. Tak vzniklo celé množství t. zv. základních zákonů elektrodynamiky; síla mezi dvěma elektrickými náboji měla podle nich záviseti nejen na jejich vzájemné vzdálenosti, ale i na jejich relativní rychlosti, ano i urychlení. Nejvýznačnější z nich je t. zv. universální zákon Weberův.

Spory vedené o jich správnost pozbyly významu, když r. 1888 Hertz potvrdil experimentálně, co Maxwell několik let před tím nalezl úvahami teoretickými, že se totiž elektrické a magnetické rozruchy šíří prostorem s konečnou rychlostí. To se nedá sloučiti s akcí in distans, poněvadž podle ní musí se účinek každé změny náboje nebo jeho polohy projevit okamžitě ve vzdálenosti sebe větší, každá změna elektrické a magnetické síly tím způsobená má se šířiti s rychlostí konečně velikou. A tak byly všechny teorie elektrických a magnetických dějů založené na působení do dálky opuštěny; teorie elektřiny a magnetismu změnila se od základu.

Je známo, že se tato změna pojí k jménu Faradayovu a Maxwellovu. Faraday odstranil z výkladu elektrických a magnetických dějů nejen síly působící do dálky, ale i náboje, jež podle starších teorií měly býti jich příčinou, a nahradil je napětími v izolujícím prostředí. Místo o nábojích mluví Faraday o elektrickém nebo magnetickém poli, t. j. o prostoru, v němž lze účinky elektrické nebo magnetické síly pozorovati, rozdělení síly v něm si znázorňuje silokřivkami a sílu samu pokládá za výslednici oněch napětí. Těmto názorům, které se naprosto lišily od představ tehdy běžných, dal Maxwell to, co jim jejich původce dáti nemohl, totiž matematické roucho. Maxwell ukázal, že, pokud běží o děje statické nebo stacionární, vedou Faradayovy názory k týmž výsledkům jako teorie starší, kdežto

u dějů proměnných, když se tedy elektrická a magnetická síla mění s časem, vedou mnohem dále. Neboť tím, že z teorie elektřiny a magnetismu byla odstraněna akce in distans, otevřela se cesta k rozřešení otázky, s jakou rychlostí se šíří elektrické a magnetické účinky; bylo již řečeno, že Maxwell ji vskutku rozřešil. Po matematické stránce liší se tato nová teorie elektrických a magnetických dějů od teorie starší tím, že nevyčází ze zákona Coulombova a ostatních podobných zákonů, jež bychom mohli nazvat integrální; ty jsou v ní nahrazeny diferenciálními rovnicemi. Jsou to rovnice Maxwellovy, doplněné později Lorentzem; byla o nich řeč v první části této knížky.

Je pochopitelné, že nová teorie elektřiny a magnetismu vzbudila pokusy odstraniti působení do dálky i z teorie gravitace. Ukázalo se však, že tam je to mnohem obtížnější hlavně proto, že nebylo experimentálního základu, z něhož by se mohlo vycházeti. Byly sice hledány analogie mezi elektrickou a magnetickou silou na jedné straně a gravitací na straně druhé, ale marně. Bylo již vyloženo, že gravitace není selektivní jako na př. magnetická síla; gravitace udílí všem tělesům stejné urychlení. Nepodařilo se také dokázatí vliv prostředí na gravitační sílu, konstatovaný u síly elektrické i magnetické; gravitační síla, již se dvě hmoty přitahují, je vždy stejná, ať je mezi nimi jakékoli prostředí. Neznáme také experimentálního faktu, který bychom mohli pokládati za důkaz, že se gravitační účinky šíří prostorem s konečnou rychlostí; v astronomii počítá se vždy gravitační síla, která působí v jistém okamžiku na nějakou planetu, ze současných poloh slunce a ostatních planet, tedy tak, jako kdyby se gravitace šířila s rychlostí nekonečně velikou anebo aspoň velmi velikou vedle rychlostí, s nimiž se pohybují tělesa naší sluneční soustavy. Také ve svrchu uvedeném Newtonovu výrazu pro gravitační sílu mezi dvěma hmotnými body značí r okamžitou jejich vzdálenost.

Když se později ukázalo, že speciální teorie relativnosti vylučuje větší rychlosti než je rychlost světla ve vakuu c , byl na snadě předpoklad, že se gravitace šíří touto největší přípustnou rychlostí, která je skutečně velmi velká vedle rychlostí, s nimiž krouží planety kolem slunce, a Newtonův gravitační zákon byl v tomto směru různými způsoby doplňován. Tyto pokusy nemohly vésti k cíli; chceme-li totiž skutečně vyloučiti z gravitační teorie akci in distans, pak nezbývá jiná

cesta než ta, kterou se brali Faraday a Maxwell v teorii elektřiny a magnetismu; od hmot vzbuzujících gravitační sílu nutno přejíti k celému prostoru, v němž pozorujeme jejich gravitační účinky, t. j. ke gravitačnímu poli, a od zákona Newtonova k diferenciálním rovnicím tohoto pole.

Diferenciálních rovnic užívala již dávno před tím jak gravitační teorie založená na Newtonově zákonu, tak teorie elektřiny a magnetismu vycházející ze zákona Coulombova; matematicky není totiž mezi oběma rozdílu, neboť Newtonův i Coulombův zákon znějí stejně. Tyto rovnice plynou z oněch zákonů poměrně jednoduchými matematickými operacemi a mnohé úlohy, hlavně v elektrostati, dají se z nich řešiti snáze než přímo z Coulombova nebo Newtonova zákona. Při tom se zavádí místo síly jiná veličina; je to potenciál, který možno řešením oněch rovnic stanovit v každém místě pole. Známe-li jej, určíme z něho sílu v libovolném místě A takto. Stanovíme nejdříve směr, v němž se potenciál nejrychleji mění, vyjdeme-li z A do některého bodu sousedního; to je směr síly. Zvolme si nyní bod B , který leží v onom směru, jeho vzdálenost d od A nechť je velmi malá. Hodnota potenciálu v A budiž V_1 , v B pak V_2 . Potom rozdíl $V_1 - V_2$ udává, o kolik potenciál klesl při přechodu z A do B , podíl $(V_1 - V_2)/d$ měří rychlost, s jakou se to děje. Tato rychlost nazývá se spád potenciálu a velikost síly v bodě A je mu rovna. Tím je síla úplně stanovena, takže její rozdělení v poli a tím i pole samo je určeno, známe-li potenciál v každém jeho místě aneb také, je-li potenciál dán jako funkce polohy. Potenciál zavádí se proto, že je určen jediným údajem, totiž svou velikostí, kdežto, má-li býti síla stanovena, nutno znáti nejen její velikost, ale i směr. Pravíme, že potenciál Newtonovy gravitační teorie je skalár, síla je vektor. Diferenciální rovnice, již vyhovuje gravitační potenciál, nazývá se Laplace-Poissonova. Je to ovšem jen jiná formulace Newtonova nebo Coulombova zákona, která po fyzikální stránce neobsahuje nic nového. Vyskytují se v ní jen členy, které se vztahují k prostorovým změnám pole, a není v ní členů, které by vyjadřovaly změny časové; proto z ní neplyne konečná hodnota pro rychlost elektrických nebo gravitačních rozruchů; touto rovnicí není akce in distans z teorie gravitace odstraněna.

Nelze tu uváděti všechny pokusy dospěti k rovnicím, jež by pro teorii gravitačního pole měly též význam jako rovnice Maxwell-Lorentzovy pro teorii pole elektromagnetického;

všechny jsou dnes překonány Einsteinovou teorií. Ta se liší od všech teorií předešlých hlavně tím, že gravitační pole není v ní stanoveno jedinou veličinou, nýbrž desíti; je to 10 koeficientů g_{11} , g_{12} atd. na pravé straně rovnice (22) pro s^2 . Einsteinova teorie nemá jeden gravitační potenciál, ale deset potenciálů nebo, lépe řečeno, gravitační potenciál Einsteinovy teorie není stanoven jedním údajem, nýbrž desíti. Ty se nazývají jeho složky; potenciál Einsteinovy teorie gravitační není skalár, nýbrž (prostorovo-časový) tensor.

Rovnice pro složky gravitačního potenciálu odvodil Einstein z těchto podmínek. Musí býti obecně kovariantní, t. j. nesmí změnití svůj tvar při libovolné transformaci prostorovo-časových souřadnic. Složky gravitačního potenciálu musí býtí úplně určeny rozdělením hmot v prostoru; tuto větu nazývá Einstein Machovým principem; vrátíme se k ní v následujícím odstavci. Konečně připojuje Einstein ještě jednu podmínku formálního rázu, převzatou z Newtonovy gravitační teorie, o níž není pochybnosti, že je v prvním přiblížení správná; žádá totiž, aby diferenciální rovnice pro složky gravitačního potenciálu byly téhož typu jako rovnice Laplace-Poissonova pro potenciál Newtonův. Z těchto podmínek podařilo se skutečně Einsteinovi naléztí 10 rovnic pro 10 složek gravitačního potenciálu; z nich je ostatně jen šest na sobě nezávislých, takže čtyři veličiny g možno voliti libovolně; to souvisí s tím, že i čtyřrozměrná prostorovo-časová soustava souřadná může býtí libovolně zvolena. To jsou Einsteinovy gravitační rovnice.

Jsou neobyčejně složité a řešiti je podařilo se až dosud jen v několika málo případech. Einstein ukázal nejdříve, že ve slabých gravitačních polích a při rychlostech malých vedle rychlosti světla ve vakuu c — a všechna gravitační pole, jež pozorujeme, vyhovují při obvyklé volbě soustavy souřadné a míry časové této podmínce aspoň přibližně — je vliv všech ostatních složek gravitačního potenciálu vedle vlivu složky g_{44} nesmírně malý, takže stačí hleděti jen k této a možno říci, že i v teorii Einsteinově je gravitační potenciál, ovšem jen ve slabých polích, určen jedinou veličinou stejně jako v Newtonově teorii. Tím lze vysvětliti, proč v tomto případě vede značně složitější teorie Einsteinova k stejným výsledkům jako jednoduchá teorie Newtonova; bylo také již řečeno (str. 140.), že pohybová rovnice hmotného bodu přejde v slabém gravitačním poli v rovnici plynoucí z Newtonovy teorie. Složka g_{44} liší se tu jen faktorem od Newtonova gravitačního poten-

ciálu. Ve slabých gravitačních polích není tedy mezi teorií Newtonovou a Einsteinovou rozdíl; uvážíme-li, jak rozdílná jsou stanoviska, z nichž Newton a Einstein vycházejí, je to výsledek jistě překvapující.

Přesně řešiti Einsteinovy rovnice se podařilo v případě, kdy jde o pohyb hmotného bodu v gravitačním poli vzbuzeném jedinou centrální hmotou symetricky rozdělenou kolem jistého středu; řešení našli tu skoro současně Schwarzschild a Droste. To je případ planety pohybující se v gravitačním poli slunce, neboť vedle jeho hmoty je hmota každé planety tak malá, že možno ji pokládati za pouhý hmotný bod a říci, že gravitační pole je vzbuzeno jen sluncem. Jak bylo již vyloženo (str. 140.), je pohyb, který koná hmotný bod podléhající jen gravitační síle, zobrazen v prostoru-času geodetickou čarou. Tvar této čáry závisí na metrice prostoru-času čili na veličinách g ; ty se stanoví řešením Einsteinových gravitačních rovnic. Aby toto řešení mělo co možná jednoduchý tvar, vychází se od té prostorovo-časové soustavy souřadné, v níž by nebylo gravitačního pole, kdyby nebylo centrální hmoty (slunce), takže složky g by měly své normální hodnoty (str. 142.). Prostor-čas rozštěpí se touto volbou souřadné soustavy v prostor a čas a prostorová soustava souřadná je v klidu vůči stálícím. Gravitačním účinkem centrální hmoty se hodnoty složek g změní a řešením Einsteinových gravitačních rovnic se dozvíme jak; řešení je tu usnadněno tím, že gravitační pole je symetrické a nezávisí na čase. Dvojitý význam koeficientů g , metrický a gravitační, vystupuje tu velmi pěkně.

Ukazuje se nyní, že takto stanovená dráha hmotného bodu kolem centrální hmoty aneb, jak v dalším budeme říkati, dráha planety kolem slunce je v prvním přiblížení táž jako podle teorie Newtonovy; to ostatně souhlasí s tím, co bylo řečeno svrchu, že totiž ve slabých polích výsledky obou teorií splývají. Planeta tedy i podle Einsteinovy teorie krouží kolem slunce v Keplerově elipse; můžeme dále říci, že i poruchy této její dráhy způsobené přitažlivými silami, vycházejícími od ostatních planet, jsou podle obou teorií stejné. Náš předpoklad, že jedna hmota je velmi malá vedle druhé, není tu sice splněn, neboť hmoty planet se tak mnoho od sebe neliší, ale běží tu jen o korekční členy, které by se přesným počtem, jak se dá ukázati, změnily jen nepatrně.

Než Einsteinova teorie jde dále. Zákony Newtonovy teorie platí podle ní jen přibližně a z přesných vzorců plyne, že,

i když planeta podléhá jen vlivu slunce, nemá elipsa jí opísaná vůči stálým neproměnnou polohu, jak to žádá Newtonova teorie, nýbrž stáčí se zvolna vzhledem k nim ve své rovině kolem slunce, které je trvale v jejím ohnisku. Můžeme také říci a zpravidla se tento pohyb tak popisuje, že se perihel planety, t. j. ten bod její dráhy, který je slunci nejbliže, vůči stálým pohybuje v kruhu, v jehož středu je slunce.

Tento pohyb perihelu byl skutečně pozorován u všech planet, ale dá se — až na malé dosud ne zcela spolehlivě určené odchylky, které byly pozorovány na př. u Venuše a Martu — vyložití beze zbytku poruchami, jež působí přitažlivé síly vycházející od planet ostatních. Jen u Merkuru, který je slunci nejbliže, zůstává i po odstranění těchto t. zv. perturbací zbytek, který Newtonova teorie vysvětliti neumí. Je velmi malý; podle počtů Newcombových nečiní více než asi 42 úhlových sekund za 100 let, takže by perihel Merkuru, kdyby ovšem konal jen tento nevyložený pohyb, opsal celý kruh teprve asi za tři miliony let. Ale taková je přesnost astronomických měření a tak dobře souhlasila s nimi Newtonova gravitační teorie ve všech jiných případech, že i tento nepatrný pohyb způsobil astronomům mnoho starostí a byly hledány neirozmanitější výklady pro něj. Podle Seeligera mohla by tato t. zv. anomalie Merkurova pohybu souviseti s rušivým vlivem mračna složeného z velmi malých hmot kroužících mezi Merkurem a sluncem. Odrazem slunečního světla na tomto kosmickém mračnu vykládá se t. zv. zodiakální světlo, jež lze pozorovati v zimě a z jara za jasných večerů několik hodin po západu slunce na západním nebi, v létě a na podzim před východem slunce na východním nebi. Jsou-li ovšem ona tělíska tak rozdělena a je-li jejich celková hmota dosti veliká, aby se jich účinkem dala pozorovaná anomalie vyložití, nevíme; v té věci jsme odkázáni na pouhé hypotese.

Je proto velikým pokrokem, že z Einsteinovy teorie plyne onen zbytek pohybu Merkurova perihelu bez jakékoli nové hypotese. Nejde tu podle ní o nějakou nepravidelnost způsobenou snad rušivým vlivem neznámých hmot, nýbrž elipsa, v níž planeta krouží kolem slunce, stáčela by se zvolna ve své rovině, i kdyby se celá sluneční soustava skládala jen ze slunce a planety. Einstein našel, že se za jednu oběhovou dobu dráha planety stočí o úhel α , který v obloukové míře je dán rovnicí

$$\alpha = \frac{6\pi}{c^2} \frac{k M}{a(1-e^2)}.$$

Při tom značí k gravitační konstantu, M hmotu slunce, c rychlost světla ve vakuu, a velkou poloosu dráhy planety, e její číselnou výstřednost. Je $k = 6.68 \cdot 10^{-8}$, $M = 1.94 \cdot 10^{33}$ gramů, $a = 5.76 \cdot 10^{12}$ cm, $e = 0.2$. Z toho vypočteme $\alpha = 4.9 \cdot 10^{-7}$ čili v sekundách $\alpha = 0.1$. Oběhová dráha Merkuru je 88 dní, za 100 let vykoná tedy Merkur 415 oběhů a perihel jeho se stočí o 41.5 sekund; to s číslem Newcombovým uvedeným svrchu souhlasí velmi dobře. Zde tedy podává Einsteinova teorie více než Newtonova. Pro ostatní planety vycházejí hodnoty značně menší; pro Venuši asi 8 sekund, pro Zemi 4 sekundy, pro Mars 1 sekunda. Nelze dosud říci, pokud tato čísla s pozorováním souhlasí.

I v jiných případech byly nalezeny rozdíly mezi teorií Newtonovou a Einsteinovou, ale tak malé, že přesnost dosavadních pozorování nestačí k rozhodnutí, která z obou teorií má pravdu. Jak Einstein ukázal, plyne z jeho rovnic ještě, že se gravitační rozruchy ve slabých polích šíří rychlostí světelnou. Vše to lze pokládati za důkaz, že se Einsteinovi skutečně podařilo nalézt správné rovnice gravitačního pole; akce in distans je tím z teorie gravitace odstraněna.

Bylo již řečeno (str. 139.), že všechny fyzikální rovnice, jsou-li vyjádřeny v obecných souřadnicích prostoro-časových, obsahují složky gravitačního potenciálu g_{11} , g_{12} atd. To znamená, že gravitace má vliv na průběh všech dějů fyzikálních a že tento vliv je stanoven potenciálem a ne silou, jak je tomu v jiných teoriích. I v homogenním poli gravitačním, v němž má síla všude stejný směr i velikost, závisí chod hodin na poloze, poněvadž na ní závisí potenciál. V Einsteinově teorii nemá tedy gravitační potenciál význam jen početní jako v teoriích ostatních, nýbrž je to fyzikální veličina, která určuje stav dané soustavy těles v gravitačním poli; i to je charakteristická známka Einsteinovy gravitační teorie.

Z předešlého je viděti, že Einsteinova teorie gravitaci nevykládá, t. j. nepřevádí ji na nějaký jiný jev, který bychom mohli pokládati za jednodušší, nýbrž jen ji popisuje. Ne plyne z ní ani, že gravitace je síla přitažlivá, ani, jak je veliká; jako Newtonův gravitační zákon obsahuje konstantu, jejíž hodnotu nutno určit experimentálně — je to gravitační konstanta k , o které byla svrchu řeč — tak se i v Einsteinových

gravitačních rovnicích vyskytuje konstanta, kterou lze stanovit jen měřením a která ostatně s Newtonovou konstantou gravitační jednoduše souvisí.

Můžeme také nyní říci, jaký je poměr mezi Einsteinovou gravitační teorií a obecným principem relativnosti. Einsteinovy gravitační rovnice z něho neplynou, jak se někdy uvádí, ale na druhé straně sám Einstein pochybuje, že by se podařilo je nalézt, kdyby nebyl obecným principem relativnosti omezen jejich tvar. Experimentálních zkušeností je tu málo a teorie má tu příliš volné pole; teprve obecný princip relativnosti je zůžuje tak, že je dána cesta, kterou teorie jíti musí.

25. Konečnost prostoru.

Einstein později své gravitační rovnice doplnil členem, který má význam jen při úvahách vztahujících se k tak velikým částem vesmíru, že vedle nich je celá naše sluneční soustava i s nejbližšími stálicemi velmi malá, takže na výsledky předešlého odstavce, které se týkají jen pohybu těles naší sluneční soustavy, nemá vlivu. Tento nový člen souvisí úzce s představami o struktuře vesmíru; nazývá se proto kosmologický. Vede k němu důsledně — možno také říci radikální — relativistické stanovisko a mnozí z těch, kdož s Einsteinem jinak souhlasí, neuznávají oprávněnost vývodů k němu se pojících.

Když se vyšetřuje pohyb planety kolem slunce, vychází se od té prostoro-časové soustavy souřadné, v níž by bez slunce gravitačního pole nebylo; ke gravitačnímu účinku planet jsme při tom beztak nehleděli. Kdyby tedy nebylo slunce a planet, platila by v oné prostoro-časové souřadné soustavě speciální teorie relativnosti, metrika prostoru-času by byla táž jako ta, kterou jsme poznali při jejím výkladu (odst. 14), prostor sám byl by euklidovský a byl by splněn princip stálé rychlosti světelné. Hmoty sluneční soustavy působí odchylky od těchto zákonů; ty však nejsou nějak zvláště veliké, poněvadž gravitační pole oněmi hmotami vzbuzené je celkem slabé. Při tom se ukazuje, že prostorová soustava souřadná takto zavedená je v klidu (nebo v rovnoměrné translaci) vzhledem k ostatním hmotám vesmíru, takže splývá s některou inerciální souřadnou soustavou Newtonovy mechaniky. Kdybychom si tedy odmyslili slunce a planety, byly by v těch částech prostoru, v nichž je naše sluneční soustava, inerciální

soustavy souřadné Newtonovy mechaniky identické se soustavami lokálními.

To pozorujeme i jinde; jak aspoň lze souditi z pohybu dvojhvězd, je i v jejich místech, když nehledíme ke gravitačnímu účinku dvojhvězd samých a po případě i blízkých hmot — ovšem blízkých ve smyslu astronomickém — ta prostorová soustava souřadná, která je v klidu nebo v rovnoměrné translaci vůči ostatním hmotám vesmíru, soustavou lokální; není v ní gravitačního pole a platí v ní euklidovská metrika. To znamená, že metrika prostoru-času je zhruba všude stejná a přibližně taková jako ve speciální teorii relativnosti, a zdálo by se, že můžeme pokládati i celý prostor za přibližně euklidovský, jen v sousedství hmot vznikaly by lokální poruchy, jevící se odchylkami od euklidovských vlastností. Mohli bychom podle toho říci, že prostor je quasieuklidovský; kdybychom si z něho odmyslili všechnu hmotu, měl by všude přesně euklidovské vlastnosti a věty speciální teorie relativnosti byly by všude přesně splněny. K tomu vedou i Einsteinovy gravitační rovnice v původním tvaru, tedy bez onoho kosmologického členu.

Nesmíme však zapomenouti, že tento náš úsudek o quasieuklidovskosti prostoru nemusí býti správný. Rozměry naší sluneční soustavy jsou sice obrovské pro naše představy; nejkrainější její planeta, Neptun, je od slunce vzdálena asi 4500 milionů *km*, ale přes to jsou nesmírně malé proti rozměrům kosmu. Vzdálenost spirálních mlhovin odhadují astronomové na sta milionů světelných let; takových dob tedy potřebuje světlo, aby se dostalo od nich k nám; proti tomu je doba, za kterou dorazí světlo ze slunce k Neptunu a která nečiní více než asi 4 hodiny, maličká. A při tom je jisté, že to, co můžeme svými dalekohledy zachytiti, je pořád ještě nesmírně malý zlomek celého vesmíru. Jsme tedy v takové situaci, v jaké bychom byli na zemi, kdybychom nemohli změřiti více než velmi malou část jejího povrchu. Nehledíme-li k místním poruchám souvisícím s nepravidelností zemského povrchu, potvrdili bychom, že každá taková malá jeho část je rovinná, ale souditi z toho, že celý povrch země je až na ony místní poruchy rovinný čili, jak také můžeme říci, dvojrozměrně euklidovský, bylo by, jak dnes víme, nesprávné. A lze uvést důvody pro to, že je tomu stejně i u našeho trojrozměrného prostoru; malé jeho části jsou sice zhruba euklidovské, ale prostor jako celek není euklidovský, ba ani quasieuklidovský.

Tyto důvody možno čerpati především z obecné teorie relativnosti samé. Jak bylo vyloženo (str. 122.), plyne z ní, že metrika prostoru závisí na gravitačním poli, tedy na rozdělení a pohybech těles v prostoru. Důsledné provedení této myšlenky vede k větě, že prostor sám o sobě žádných geometrických vlastností nemá; o těch lze mluvit jen vzhledem k hmotě v něm obsažené; teprve ta mu je udílí. S tím však nesouhlasí svrchu uvedený předpoklad, že prostor bez hmoty má euklidovskou strukturu; geometrické vlastnosti prostoru nebyly by podle toho hmotou v něm rozdělenou určeny úplně, nýbrž jen částečně.

S tím souvisí ještě toto. Platí-li v prostoru zbaveném vši hmoty věty speciální teorie relativnosti, pak musíme hmotnému bodu, který si v něm můžeme myslit, připsati setrvačnou hmotu, neboť speciální teorie pokládá setrvačnost za vlastnost tělesa samého, která se projevuje odporem kladeným proti změnám rychlosti vztahující se k určitým (inerciálním) soustavám souřadným. To je zase ve sporu s obecnou teorií relativnosti a s požadavkem obecné relativnosti pohybu, jak jsme je zde formulovali, neboť podle nich nelze mluvit o pohybu tělesa, které je v prostoru samo; jen vzájemný pohyb těles je pozorovatelný a jen ten může mít pozorovatelné účinky, ne však pohyb tělesa vůči myšleným soustavám souřadným. Princip ekvivalence, který vyjadřuje rovnost hmoty setrvačné a gravitační a na němž je obecná teorie relativnosti založena, vede důsledně k tomu, že těleso, které je v prostoru zcela samo, tak jako nemá váhy, nemá ani hmoty; poněvadž jeho gravitační hmota je rovna nule, rovná se nule i jeho hmota setrvačná. Setrvačnost a gravitace jsou v teorii relativnosti stejné podstaty, jsou to projevy téže vlastnosti hmoty pozorované s různých stránek; co jeden pozorovatel pokládá za projev setrvačnosti, pokládá druhý za projev gravitace. Setrvačnost nějakého tělesa je tedy jako jeho tíže podmíněna účinkem ostatních hmot; tato myšlenka byla po prvé vyslovena Machem, jenž praví, že v principu setrvačnosti je obsažen poukaz na celý svět. Uvedeme-li nárazem těleso do urychleného pohybu vzhledem k ostatním hmotám vesmíru, vzbudí se tím gravitační síly, jež od oněch hmot vycházejí a účinkující na těleso projevují se odporem, který těleso klade proti změně rychlosti; v něm vidíme projev setrvačnosti tělesa. To vše zase nesouhlasí s představou, že prostor jako celek je quasieuklidovský a že, kdyby nebylo hmoty, platily

by v něm věty speciální teorie relativnosti, neboť pak by se setrvačnost tělesa vlivem hmot vesmíru sice měnila, ostatně dosti nepatrně, nebyla by však podmíněna jen jimi.

Početně se toto vše jeví tím, že k tomu, aby řešení Einsteinových gravitačních rovnic v prvním tvaru (bez kosmologického členu) bylo určeno, nutno znáti nejen rozdělení hmoty v prostoru, nýbrž musí býti udány i t. zv. podmínky v nekonečnu, t. j. musíme vědět, jakých hodnot nabývají hledané složky gravitačního potenciálu v nesmírně velikých vzdálenostech od všech hmot. Na tom, jak si ony podmínky zvolíme, bude patrně záviseti řešení; vyjdeme-li, jak jsme učinili, když běželo o pohyb planety kolem slunce, od té prostoročasové soustavy souřadné, v níž by nebylo gravitačního pole, kdyby nebylo hmoty, pak v nekonečnu, kam gravitační účinek hmot nesahá, podrží složky g své normální hodnoty. Můžeme také říci, že ona prostoro-časová soustava souřadná je definována podmínkou, že složky gravitačního potenciálu mají v nekonečnu normální hodnoty. Jsou tudíž složky g , jimiž je určena jednak metrika prostoru, jednak gravitační a setrvačné vlastnosti těles, stanoveny nejen rozdělením hmoty v prostoru, nýbrž i podmínkami v nekonečnu.

Obtíže s tím spojené projevilý se nejzřetelněji v t. zv. rotačním problému. Bylo již řečeno, že obecná teorie relativnosti musí vysvětliti odstředivou sílu, v níž se hledá původ sploštění země, a zkrátka vše to, co pokládá mechanika Newtonova i speciální teorie relativnosti za důkaz absolutní rotace země, vzájemnou rotací země a stálic, tedy i za předpokladu, že se země netočí, ale za to obíhají ostatní hmoty vesmíru kolem ní. Aby ovšem matematické řešení této úlohy bylo možné, musíme si ji zjednodušiti; stálice si nahradíme dutou koulí hmotnou, která se rovnoměrně otáčí, a řešením Einsteinových gravitačních rovnic musíme dostatí uvnitř koule právě ty síly, které Newtonova mechanika nemůže vyložití jinak než absolutní rotací. To potvrdil Thirring; vyšel při tom z předpokladu, že v nekonečnu nabývají veličiny g svých normálních hodnot. Při tom se však ukázalo, že, když se přejde od soustavy souřadné, definované těmito podmínkami v nekonečnu, k soustavě jiné, která se vzhledem k ní rovnoměrně otáčí, vystoupí v této nové soustavě tytéž síly a to i tehdy, když by všechny hmoty zmizely. Je to docela stejné jako v klasické mechanice, kde také při přechodu od soustavy inerciální k soustavě neinerciální vystoupí síly se-

trvačnosti, a souvisí to s tím, že i podle původních gravitačních rovnic Einsteinových má hmota setrvačnost vzhledem k určitým soustavám souřadným a ne jen vzhledem k ostatním hmotám vesmíru; vše, co jsme namítali z této příčiny proti mechanice klasické a mechanice speciálního principu relativnosti, platí i nyní.

Je ovšem pravda, že podmínek v nekonečnu by nebylo třeba, kdybychom řekli, že hmota sahá všude do nekonečna, jsouc po celém prostoru rozdělena přibližně stejnoměrně; že je tedy nekonečně mnoho stálic, nekonečně mnoho slunečních soustav, jako je naše, jež se sdružují v nekonečně mnoho mléčných soustav, ty se zase seskupují v nekonečně mnoho soustav vyššího řádu atd., takže cestovatel, který by se ubíral prostorem světovým neustále v témž směru, přicházel by vždy k novým a novým světům a nikde by nedohlédl konce. Ale proti této smělé představě Giordana Bruna má věda vážné námítky. Hvězdy na obloze vidíme na temném pozadí, které je slabě osvětleno světlem rozptýleným v zemské atmosféře; toho by nebylo, kdyby byly rozděleny po celém nekonečném prostoru zhruba stejnoměrně. Intensity světelné sice ubývá se čtvercem vzdálenosti, ale počet hvězd by rostl podle téhož zákona; je-li světlo vysílané stejnou hvězdou, která je ve vzdálenosti dvakrát větší, čtyřikrát slabší, bylo by za to ve dvakrát větší vzdálenosti hvězd čtyřikrát více. A poněvadž bychom viděli hvězdy v každém směru, musila by se nám obloha jevití celá ozářená skoro stejnoměrně. Mohli bychom se ovšem tomuto důsledku vyhnouti předpokladem, že světlo je v prostoru pohlcováno, takže intenzita jeho klesá rychleji než se čtvercem vzdálenosti od zdroje, ale nemáme dosud pražádného důvodu připisovati prostoru neprůhlednost v míře sebe menší. Ostatně představa nekonečného světa nesrovnává se ani s Newtonovou ani s Einsteinovou teorií gravitační; jak se dá ukázati, odporuje jí fakt, že vzájemné rychlosti hvězd, jak plynou z měření astrofysikálních, jsou poměrně malé.

Měli bychom si tedy naši hvězdnou soustavu představovati jako ostrůvek v nekonečném prostoru; mimo něj buď buď vůbec žádných hvězd není, nebo se hvězdy sice vyskytují, ale čím dále tím řidčeji, takže hustota jejich rozdělení klesá rychle k nule. Se stanoviska teorie Newtonovy byl by tento obraz docela přípustný; v teorii Einsteinově vynořuje se tu znova otázka podmínek v nekonečnu, o níž byla řeč svrchu.

Ale je tu ještě jiná nesnáz. Tento maličký ostrůvek by se totiž v nekonečném prostoru světovém neudržel; ztrácel by nejen energii zářením do prostoru, ale unikaly by z něho i hvězdy právě tak, jako unikají molekuly plynu z nádoby, kterou spojíme s jinou nádobou, z níž je plyn vyčerpán. Na konec by všechny hvězdy zmizely do světového prostoru, kde by se pohybovaly osaměle, odděleny od ostatních hvězd vzdálenostmi nad pomyšlení velikými. Je ovšem jisté, že celý tento proces by vyžadoval doby, vedle níž jsou biliony a snad i triliony let pouhým okamžikem, a my vlastně nemáme možnosti dokázati, že se něco takového ve skutečnosti neděje, ale připadlo by nám jistě těžkým s tímto důsledkem se smířiti.

Z těchto obtíží nalezl Einstein zajímavé východisko; podle něho totiž prostor vyplněný hmotou nemá hranic nebo, jak možno také říci, nemá konce, ale přes to není nekonečný. Co se tím myslí, vysvitne nejlépe z analogie s prostorem dvojrozměrným. Kulová plocha je dvojrozměrný prostor, který nemá hranic a není nekonečně veliký. Ubírá-li se po ní dvojrozměrná bytost na ni vázaná (srov. odst. 21) stále v témž směru, nikdy nedorazí k hranicím, neboť postupuje podél hlavní kružnice na ploše, a bude se opět a opět vraceti do místa, z něhož vyšla. Na druhé straně však, změří-li velikost svého prostoru, t. j. obsah své kulové plochy, dostane pro něj patrně hodnotu konečnou. I jiné uzavřené plochy, jako elipsoid, vejčitá plocha atd., jsou bez hranic a konečné, kdežto rovina, válcová plocha, paraboloid atd., sice také nemají hranic, ale jsou nekonečně veliké.

Podle Einsteina je trojrozměrný prostor, ve kterém žijeme my, jakási obdoba dvojrozměrného prostoru uzavřeného; nemá hranic, ale není nekonečný. Pak se ovšem hvězdy z něho nerozběhnou, poněvadž nemají kam, ani podmínek v nekonečnu není třeba; obě hlavní překážky byly by tedy tím odstraněny. Konečnost a neomezenost prostoru dá se však srovnati s Einsteinovými gravitačními rovnicemi teprve tehdy, když k nim připojíme kosmologický člen, o němž byla řeč svrchu. Einstein ukázal, že se takto doplněným rovnicím dá vyhověti předpokladem, že hmota je po prostoru stejnoměrně rozdělena a je v klidu. Toto rozdělení hmoty je tedy podle nich možné; hmota je při tom v rovnovážném stavu. Z řešení plyne, že křivost prostoru je za těchto podmínek všude stejná a kladná, takže v tomto případě je trojrozměrný prostor obdobou kulové plochy; takový prostor nazývá se »sférický«.

Ve skutečnosti jsou ovšem oba uvedené předpoklady splněny jen přibližně; hmota není po prostoru rozdělena přesně stejnoměrně a vzájemné rychlosti hvězd nejsou přesně rovny nule, jsou jen velmi malé vedle rychlosti světelné; skutečný prostor není tedy přesně sférický, je quasiférický. Značnější odchylky od sféricity vznikají však jen v sousedství velkých hmot a vzhledem k celému prostoru mají povahu místních poruch. Odmyslíme-li si tedy blízké hmoty — ovšem zase blízké ve smyslu astronomickém — pak na těleso, které je v klidu vůči ostatním hmotám vesmíru, nepůsobí žádná gravitační síla; v soustavě souřadné, která je také v klidu vzhledem k oněm hmotám, není gravitačního pole a platí v ní věty speciální teorie relativity. V tom nutno vidět podle Einsteinovy teorie vlastní význam inerciálních soustav Newtonovy mechaniky.

Gravitační rovnice doplněné kosmologickým členem vyhovují i důsledně relativistickému stanovisku; ukazuje se totiž, že se všechny složky gravitačního potenciálu stanou rovny nule, vymizí-li hmota. Bez hmoty nelze tedy mluvit o metrice prostoru-času, nelze konati měření délková ani časová; můžeme říci, že bez hmoty není prostoru ani času. Spojení obou s hmotou je úplné. Také požadavku, aby setrvačnost byla docela relativní, doplněné Einsteinovy rovnice vyhovují. Nelze upřít, že teorie relativity dosahuje tím podivuhodné jednotnosti.

Odpověď na otázku, je-li náš prostor skutečně konečný, mohla by dát pozorovací astronomie; ovšem dnes ji čekati nemůžeme a bude jistě trvati velmi dlouho, než se jí dočkáme. De Sitter odhaduje t. zv. obvod prostoru na sto až tisíc milionů světelných let; to znamená, že tak obrovské doby potřebuje světelný paprsek, aby oběhl celý prostor a vrátil se tam, odkud vyšel. V přesně sférickém prostoru se totiž všechny paprsky vyslané zdrojem vrátí do svého východiska, poněvadž postupují podél nejpřímějších čar; je to zcela tak jako na kulové ploše, kde se také, jdeme-li neustále po nejpřímější čáře, t. j. po hlavní kružnici, vrátíme do místa, z něhož jsme vyšli. Obejdeme při tom celý obvod této kružnice; analogicky pravíme, že nejpřímější čára ve sférickém prostoru trojrozměrném je jeho hlavní kružnicí a její délka měří obvod této kružnice nebo také obvod prostoru. Paprsky vyslané sluncem nebo nějakou jinou stálicí setkají se tedy po miliardě let — řekneme-li, že obvod prostoru je roven většímu z obou udaných čísel — v místě, z něhož vyšly; postupují ovšem dále a po nové mi-

liardě let setkají se tam znovu atd., takže bychom měli vidět každou stálicí v několika reprodukcích. Nejdříve tam, kde skutečně je, pak její obrazy na místech, kde byla před jednou, dvěma, třemi atd. miliardami let; tyto obrazy měly by stejné vlastnosti světelné i tepelné jako stálice skutečná, jen hmoty by v nich nebylo.

Je ovšem otázka, vrátí-li se v našem skutečném prostoru, který není přesně sférický, nýbrž jen quasiférický, světelné paprsky dosti přesně do svého východiska. Lokální poruchy způsobené hmotami po prostoru rozdělenými mění jejich tvar — s takovou lokální poruchou souvisí i prohnutí paprsku světelného procházejícího blízko slunce, o němž byla řeč v odst. 18. — a nezdá se dosti pravděpodobným, že by se mohly všechny paprsky po své dlouhé cestě setkat tak přesně v místě, odkud vyšly, aby mohl vzniknouti pozorovatelný obraz zdroje, který je vyslal.

Nejpřímější čáry na kulové ploše vycházející z téhož bodu se ostatně setkají ještě dříve, než se do něho vrátí; nastane to patrně v bodě, který leží právě naproti jejich východisku, z toho bodu se pak zase rozbíhají. Ve sférickém prostoru trojrozměrném to znamená, že každá stálice má svou protistálicí a každý její obraz svůj protiobraz; paprsky od nich vycházející dorazí na naši zemi v opačných směrech než od stálice a od jejích obrazů, takže protistálice, které přísluší stálicím na našem nebi, měli by vidět naši protinožci. Ale ani ty se nedají pozorovati nejen z důvodu uvedeného svrchu, ale i proto, že naše dalekohledy nejsou dosti silné. Jak je totiž z analogie s kulovou plochou ihned vidět, činí vzájemná vzdálenost stálice a protistálice polovinu obvodu hlavní kružnice, t. j. asi padesát milionů až pět set milionů světelných let. Dalekohledy zachytíme ještě mlhoviny, jejichž vzdálenosti se odhadují na statisíce světelných let; to je pořád ještě číslo velmi malé vedle polovičního obvodu prostoru; je tedy vyloučeno, aby, vidíme-li my stálicí, mohli naši protinožci vidět protistálicí.